

T.C
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

GPS AĞLARININ OPTİMAL TASARIMI VE
ROBUST İSTATİSTİK YÖNTEMLERİN
KULLANILABİLİRLİĞİ
Mevlüt YETKİN
YÜKSEK LİSANS TEZİ
JEODEZİ VE FOTOGRAMETRİ
ANABİLİM DALI
Konya, 2008

T.C.
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

GPS AĞLARININ OPTİMAL TASARIMI VE ROBUST İSTATİSTİK YÖNTEMLERİN
KULLANILABİLİRLİĞİ

MEVLÜT YETKİN

YÜKSEK LİSANS TEZİ
JEODEZİ VE FOTOGRAMETRİ ANABİLİM DALI

Bu tez 16.07.2008 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oybirliği / oyçokluğu ile kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Cevat İNAL
(Danışman)

Yrd. Doç. Dr. Bayram TURGUT
(Üye)

Yrd. Doç. Dr. Ayhan CEYLAN
(Üye)

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

GPS AĞLARININ OPTİMAL TASARIMI VE ROBUST İSTATİSTİK YÖNTEMLERİN KULLANILABİLİRLİĞİ

Mevlüt YETKİN

Selçuk Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Jeodezi ve Fotogrametri Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Cevat İNAL

2008, 128 Sayfa

Jüri: Prof. Dr. Cevat İNAL

Yrd. Doç. Dr. Bayram Turgut

Yrd. Doç. Dr. Ayhan Ceylan

Jeodezinin en önemli amaçlarından birisi nokta koordinatlarının belli bir koordinat sistemine göre belirlenmesidir. Bu amaçla jeodezik ağlar kurulmaktadır. Harita yapımı, mühendislik projeleri, yer kabuğundaki ve yapılardaki deformasyonların izlenmesi, jeodezik çalışmalar, kadastro, planlama, çevre yönetimi, hidrografiya, coğrafi bilgi sistemi, fotogrametri, jeofizik ve jeodinamik çalışmalar için jeodezik ağlara ihtiyaç duyulmaktadır. Bir jeodezik ağ, jeodezik ölçülerle birbirine bağlı noktalardan oluşur. Jeodezik ağların kurulması temel olarak 3 aşamadan oluşmaktadır: optimal ağ tasarımı, tesis ve gerekli ölçülerin yapılması ve ağ analizi.

Optimizasyon aşamasında makul bir maliyetle duyarlık, güvenilirlik-direnç ve hassaslık açısından kendisinden beklenenleri karşılayan optimal ağ konfigürasyonu ve optimal ölçü planına sahip ağların tasarlanması amaçlanır. Optimal tasarım gerçekleştirilip ağ tesis edildikten sonra gerekli ölçüler yapılır ve toplanan data analiz edilir. Bu çalışmada bir GPS ağının duyarlık ve maliyet optimizasyon kriterlerine göre 2. derece tasarımı (optimum baz setinin seçilmesi) bir yapay zeka yöntemi olan PSO algoritması ile gerçekleştirilmiştir. Klasik yöntemlere göre PSO algoritmasının negatif ağırlık gibi pratik olmayan sonuçlar üretmemek, optimizasyon kriterlerini sağlamak ve global optimuma ulaşmak gibi avantajları olduğu gözlenmiştir. GPS ağlarının analizi ile ilgili olarak uyşumsuz ölçü veya ölçüler olması durumunda parametre kestiriminde en yaygın yöntem olan EKKY'den daha iyi sonuç veren robust istatistik yöntemler incelenmiştir. Baz vektör bileşenleri arasındaki korelasyon nedeniyle GPS ağları için en uygun robust kestirim yöntemlerinin ağırlık elemanlarının bifaktör indirgeme modeli ile L_1 norm yöntemi olduğu sonucuna ulaşılmıştır; L_1 norm yöntemi baz bileşenleri arasındaki korelasyonların dikkate alındığı GPS ağlarına uyarlanmıştır. Ayrıca bu çalışmada klasik güvenilirlik analizi ile geometrik direnç analizinin bir birleşimi olan robustluk analizi tekniği bir GPS ağına uygulanmıştır.

Anahtar Kelimeler: GPS ağları, robust kestirim, L_1 norm yöntemi, jeodezik ağların optimal tasarımı, ikinci derece tasarım, optimizasyon kriterleri, PSO algoritması, robustluk analizi

ABSTRACT

MSc Thesis

THE OPTIMAL DESIGN OF GPS NETWORKS AND THE AVAILABILITY OF ROBUST STATISTICAL PROCEDURES

Mevlut YETKIN

Selcuk University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Geodesy and Photogrammetry

Supervisor: Prof. Dr. Cevat INAL

2008, 128 Pages

Jury: Prof. Dr. Cevat INAL

Assist. Prof. Dr. Bayram TURGUT

Assist. Prof. Dr. Ayhan CEYLAN

One of the most important purposes of geodesy is the determination of the coordinates of the points on land, at sea, or in space with respect to a predefined coordinate system. Hence, geodetic networks are established. The main areas where geodetic networks are needed include mapping, engineering projects, deformation monitoring, geodesy, cadastre, planning, environmental management, hydrography, geographic information system, photogrammetry, geophysics, geodynamic, etc. Geodetic networks comprise of the points that linked each other by geodetic measurements. In general, the establishment of a geodetic network involves optimal design, monumentation of the proposed network stations and data gathering and

network analysis. At the design stage of a geodetic network, the fundamental problem is how to decide on its configuration, i.e., the point location, and how to measure the network, i.e., to develop an optimum observing plan, in order to achieve the required network quality criteria such as precision, reliability and strength, sensitivity with a reasonably low cost. After the geodetic network is designed, relevant measurements are made and the collected geodetic data are processed and analysed. In this thesis, the SOD of a GPS network has been realized using the PSO algorithm which is an artificial intelligence method. This method has been compared with the common methods that appeared in the literature. The PSO is practical because it does not produce negative observation weights; it is effective because it yields networks that satisfy the optimality criteria; and it is reliable because it finds the global optimum of an objective function.

Robust statistical procedures that are less sensitive to outliers than the method of least squares (LSE) have been investigated corresponding to analysis of GPS networks. The most convenient robust estimation methods for GPS networks are bifactor reduction model of weight elements and L_1 norm minimization due to correlations among the baseline observations. Furthermore, in this thesis, robustness analysis which is a merger of traditional reliability analysis and geometrical strength analysis using strain techniques has been applied to a GPS network.

Keywords: GPS networks, robust estimation, L_1 norm minimization, geodetic network optimization, second-order design, optimality criteria, the PSO algorithm, robustness analysis

TEŞEKKÜR

Tez çalıŐmam sűresince bana her tűrlű desteęi veren danıŐmanın Prof. Dr. Cevat İNAL'a, eserlerinden yararlandıęım deęerli bilim adamlarına, baŐta Cemal Őzer YİęİT, H. Zahit SELVİ, Serkan DOęANALP ve Alpay ABBAK olmak űzere tűm mesai arkadaŐlarım ve deęerleri hocalarıma teŐekkűr ederim.

Mevlűt YETKİN

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	i
ABSTRACT	iii
TEŞEKKÜR	v
İÇİNDEKİLER	vi
KISALTIMA LİSTESİ	ix
ŞEKİL LİSTESİ	x
ÇİZELGE LİSTESİ	xi
1. GİRİŞ	1
2. ROBUST KESTİRİM	9
2.1. Hatalar.....	11
2.2. Gözlemlerin Doğruluk Analizi.....	12
2.3. Jeodezik Ağların Güvenirlik Analizi.....	13
2.4. Gizleme ve Batma Etkileri.....	15
2.5. Uyuşumsuz Ölçü Kavramı	18
2.6. Kırılma Noktası Kavramı.....	20
2.7. Uyuşumsuz Ölçü Testleri.....	22
2.8. Robust M-Kestirim Yöntemi.....	26
2.8.1. Robust kestirim probleminin iteratif ağırlıklandırılmalı en küçük kareler algoritmasıyla çözümü.....	26
2.9. L_1 Norm Yöntemi.....	31
2.9.1. L_1 Norm yönteminin formülasyonu	32
2.10. BIBER Kestiricisi	34
2.10.1. BIBER kestiricisinde işlem adımları	35
2.11. Korelasyonlu Ölçüler için Robust Yöntemler.....	37
2.11.1. İGGIII yöntemi.....	38
2.11.2. Kovaryans elemanlarının bifaktör arttırma modeli	39
2.11.3. Ağırlık elemanlarının bifaktör indirgeme modeli	41
3. JEODEZİK AĞLARIN ROBUSTLUK ANALİZİ.....	44
3.1. Robustluk Analizine Genel Bir Bakış.....	44
3.2. 3-D Ağların Robustluk Analizi	46
3.3. Deformasyon Matrisinin Elde Edilmesi	48
3.4. Ötelemelerin Hesaplanması	50

3.5.	Başlangıç Koşullarının Belirlenmesi	51
3.6.	3-D Ağlar için Eşik Değerler	53
4.	JEODEZİK AĞLARIN OPTİMİZASYONU	54
4.1.	Giriş	54
4.2.	Jeodezik Ağlar İçin Kalite Kriterleri	56
4.3.	Duyarlık Kriterleri	56
4.3.1.	Global duyarlık kriterleri	57
4.3.1.1.	Global güven bölgesi : güven hiper - elipsoidi	58
4.3.1.2.	Skaler risk fonksiyonları	59
4.3.1.3.	Ölçüt matrisleri	60
4.3.2.	Lokal duyarlık ölçütleri	63
4.3.2.1.	Koordinat bileşenlerinin standart sapmaları ve güven aralıkları	64
4.3.2.2.	Hata eğrisi ve konum doğruluğu	65
4.4.	Güvenirlilik kriterleri	67
4.5.	Fiziksel Kısıtlamalar	68
4.6.	Optimizasyon Problemlerinin Formülasyonu ve Çözümü	69
4.6.1.	Deneme yanılma yöntemi	70
4.6.2.	Analitik yöntemler	76
4.6.2.1.	2. derece optimizasyon probleminin genelleştirilmiş inversle çözümü	77
4.6.2.2.	Lineer programlama	78
4.6.2.3.	Kuang yöntemi	80
5.	PSO ALGORİTMASI	82
5.1.	PSO Algoritmasına Genel Bir Bakış	83
5.2.	PSO Parametreleri	85
5.3.	PSO Algoritmasının Genel Yapısı	89
6.	SAYISAL UYGULAMALAR	90
6.1.	PSO Algoritması ile Bir GPS Ağının 2. Derece Tasarımı	90
6.2.	Bir GPS Ağının Robust L_1 Norm Yöntemi ile Dengelenmesi	97
6.3.	Bir GPS Ağının Robustluk Analizi	102
7.	SONUÇLAR	105
	KAYNAKLAR	114
	ÖZGEÇMİŞ	121
	EKLER	122
	EK-1. Robustluk Analizi	123
	Ek 1.1. 2-D Ağlar için gerilme matrisinin kestirimi	123
	Ek 1.2. 2-D Ağlar için başlangıç koşullarının belirlenmesi	125
	EK-2. GPS Ağlarında L_1 Norm Minimizasyonu	126
	Ek 2.1. Lineer programlama problemi	126
	Ek 2.1. Cholesky Çarpanlarına Ayırma	127

EK-3. GPS Ağlarının PSO Algoritmasıyla 2.derece Tasarımı.....	128
Ek 3.1. Uniform (düzgün) dağılımlı rasgele sayıların üretilmesi.....	128

KISALTMA LİSTESİ

ACO	Ant Colony Optimization
EDM	Electronic Distance Measurement
EKKY	En Küçük Kareler Yöntemi
GPS	Global Positioning System
LMS	Least Median Squares
LSE	Least Squares Estimation
LTS	Least Trimmed Squares
PSO	Particle Swarm Optimization

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 6.1 Mümkün olan tüm bazlar (toplam:21)	92
Şekil 6.2 Amaç fonksiyonu değerinin değişimi	94
Şekil 6.3 Optimize edilmiş ölçü planı (13 baz)	96
Şekil 6.4 Optimizasyon ile silinen bazlar (toplam:8)	96
Şekil 6.5 GPS Ağı (Wolf ve Ghilani, 1996).....	99
Şekil 6.6 GPS Ağı.....	102

ÇİZELGE LİSTESİ

Çizelge 2.1 Çeşitli muhtemel hatalar için çarpanlar	19
Çizelge 2.2 Yaygın olarak kullanılan M-Kestirim yöntemleri.....	31
Çizelge 6.1 Orijinal varyans-kovaryans matrisi ve ölçüt matrisi elemanları	92
Çizelge 6.2 Optimizasyon sonuçları	95
Çizelge 6.3 Orijinal ve optimum ağırlıklarının karşılaştırılması	97
Çizelge 6.4 Uyuşumsuz ölçüler	99
Çizelge 6.5 Rasgele hatalı ölçülerin dengelenmesi sonucu bulunan koordinatlar	100
Çizelge 6.6 Kaba hatalı ölçülerin dengelenmesi sonucu bulunan koordinatlar ..	100
Çizelge 6.7 L_1 norm ve EKKY ile dengeleme sonucu bulunan düzeltmeler	101
Çizelge 6.8 Redundans sayıları, standart sapma değerleri, iç ve dış güvenilirlik ölçütleri.....	103
Çizelge 6.9 Ötelemeler ve eşik değerler	104

1. GİRİŞ

Konum belirleme, mühendislik yapılarındaki veya yer kabuğundaki deformasyonları izleme gibi çeşitli amaçlarla kurulan jeodezik ağlar kapsadıkları alan bakımından lokal, bölgesel, ülke veya global ölçekte olabilir. Jeodezik ağlar, yatay doğrultu/açı, zenit açısı, uzaklık, azimut, yükseklik farkı gibi ölçülerin yapıldığı klasik ağlar ve GPS ağları şeklinde sınıflandırılmaktadır. Jeodezik ağlar boyutlarına göre ise 1-D, 2-D ve 3-D ağlar şeklinde sınıflandırılmaktadır.

Bir jeodezik ağı kurarken uygulanan ilk adım ağın optimizasyonu aşamasıdır. Jeodezik ağ optimizasyonunda amaç duyarlık, güvenilirlik/direnç ve hassasiyet (yalnızca deformasyon izleme ağlarında) kriterlerini minimum maliyetle karşılayan ağların tasarlanmasıdır. Matematiksel olarak optimizasyon ağın kalitesini ifade eden bir amaç fonksiyonunun maksimum veya minimum yapılmasıdır. Ağın kalitesini ifade eden kriterler duyarlık, güvenilirlik ve direnç, hassasiyet ve maliyettir. Bu kriterlere optimizasyon kriterleri adı verilmektedir. Jeodezik ağ optimizasyonunun ana amacı minimum maliyetle ağ için istenen kriterleri sağlayacak optimum ağ konfigürasyonu ve optimum gözlem planını tasarlamaktır. Bu sayede arazide gereksiz ölçü yapılması engellenerek zaman, efor ve harcanacak paradan önemli ölçüde tasarruf sağlanır aynı zamanda beklentileri karşılayan ağlar elde edilir. Bunun dışında ağ optimizasyonu ölçülerdeki kaba hataların belirlenmesi ve elemine edilmesine, belirlenemeyen kaba hataların bilinmeyen parametreler üzerindeki etkisinin minimize edilmesine de yardımcı olabilir. Ayrıca, optimizasyon sonucu elde edilecek gözlem planları ile uygun alet seçimi gerçekleştirilebilmektedir. Bunların dışında deformasyon izleme amacıyla kurulan ağların beklenen deformasyonları ortaya çıkartabilecek hassasiyette olmaları da sağlanabilir.

Farklı optimizasyon problemleri Grafarend (1974) tarafından 0. derece tasarım; optimum ağ datumunun belirlenmesi, 1.derece tasarım; optimum ağ konfigürasyonunun belirlenmesi, 2. derece tasarım; optimum gözlem planının oluşturulması ve 3.derece tasarım; mevcut bir ağın iyileştirilmesi şeklinde sınıflandırılmıştır. 1. ve 2.derece tasarım problemlerinin birlikte ele alındığı problemler ise kombine tasarım problemleridir.

Jeodezi literatüründe jeodezik ağ optimizasyon problemlerinin çözümü için

yaygın olarak kullanılan yöntemler deneme yanılma yöntemi ile analitik yöntemlerdir. Ancak bu klasik yöntemlerin bazı dezavantajlı durumları vardır. Örneğin deneme yanılma yöntemi ile optimum ağ hiçbir zaman bulunamayabilir. Ayrıca bu yöntem çok fazla miktarda hesap gerektirebilmektedir. Öte yandan matematiksel olarak optimum ağlar üreten analitik yöntemlerde bazı problemler durumlarına neden olabilirler. Örneğin planlanan ağlar elde edilemeyebilir, optimizasyon kriterleri sağlanamayabilir, pratik olarak gerçekleştirilmesi imkansız sonuçlar üretilebilir veya global optimum yerine local bir optimum çözüm elde edilebilir.

Klasik yöntemlerin dezavantajlı yönlerine karşılık Kuang (1996) tarafından etkin bir optimizasyon yöntemi geliştirilmiştir. Bu yöntem doğrusallaştırma ve türev alma gibi matematiksel araçlardan yararlanır, lineer programlama ve kvadratik programlama gibi yöntemleri kullanarak iteratif bir işlemle optimum ağlar üretir. Bu yöntem sayesinde farklı optimizasyon problemleri birlikte ele alınabilir ayrıca birden fazla optimizasyon kriterinin gerçekleştirildiği çok amaçlı optimizasyon problemleri de çözülebilir. Ancak bu yöntemin en büyük dezavantajı global optimum yerine lokal optimuma düşebilme tehlikesidir. Lokal optimum çözümler alt-optimal çözümlerdir. Bu nedenle kullanılacak yöntemin global optimuma yakınsaması istenir.

Öte yandan, doğadaki optimizasyon süreçlerini taklit eden optimizasyon algoritmaları pek çok mühendislik ve endüstri alanında çeşitli optimizasyon probleminin çözümünde yaygın olarak kullanılmaya başlanmıştır. Bu algoritmalar çoğu kez yapay zeka konusu içinde değerlendirilmekte ve hemen hepsi stokastik olarak global optimuma yakınsama özelliğini göstermektedir. Bu yöntemlere örnek olarak evrim süreci ve bazı biyolojik olayların taklit edildiği genetik algoritmalar ve metalurjik bir işlem olan tavlama sürecinin taklit edildiği simulated annealing yöntemi verilebilir. Simulated annealing yöntemi Berné ve Baselga (2004) tarafından optimum ağ konfigürasyonunu bulmak amacıyla kullanılmıştır.

Bazı canlı türlerinde görülen sürü zekasını taklit eden optimizasyon algoritmaları da etkinlikleri ve kaliteli çözümler üretmeleri nedeniyle ilgi toplamaktadır. Bu yöntemlerin başlıcaları gerçek karınca kolonilerinin davranışlarının modellendiği ACO algoritması ile kuş, arı ve balık gibi sosyal

hayvanların kollektif zekalarının taklit edildiği PSO algoritmasıdır.

PSO algoritmasında ilk başta probleme göre bir araştırma uzayı tanımlanır. Bu araştırma uzayı içerisinde rasgele belli sayıda bireyler (particle) yani farklı başlangıç çözümleri üretilir. Her bir birey diğer bir deyişle çözüm kendi en iyi konumuna ve tüm sürü (swarm) tarafından gerçekleştirilen en iyi konuma göre hızını ve konumunu günceller. Uniform dağılımlı rasgele sayılar kullanarak hız ve konum güncellemesine stokastik bir nitelik kazandırılır. Belli bir iterasyon sayısından sonra tüm bireyler söz konusu araştırma uzayının global optimumuna yakınsar.

Jeodezik ağlarda gerekli olan jeodezik/astronomik ölçülerin yapılması kadar bunların değerlendirilmesi de önemlidir. İnsan, alet veya çevresel faktörler nedeniyle ölçülerde hata yapmamak olanaksızdır. Ölçülerde yapılması kaçınılmaz olan normal dağılımlı rasgele hatalar nedeniyle nokta koordinatları gibi parametrelerin en optimal diğer bir deyişle olasılığı en yüksek değerlerini elde etmek için istatistiksel bir yöntem olan EKKY ile dengeleme yapılır. Ancak EKKY uyuşumsuz ölçülere karşı duyarlı bir yöntemdir. Ölçülerde kaba hata yapıldığı zaman EKKY ile elde edilen sonuçlar önemli ölçüde bozulmaktadır. Bu nedenle uyuşumsuz ölçülerin belirlenmesi ve elemine edilmesi gerekir. Günümüzde bu amaç için kullanılan iki yaklaşım bulunmaktadır; uyuşumsuz ölçü testleri ve robust yöntemler. Jeodezik ağlarda Baarda yöntemi, Pope testi ve t testi yaygın olarak kullanılan uyuşumsuz ölçü testleridir. Baarda yöntemi uyuşumsuz ölçüleri belirleme ve yerleştirme amacıyla kullanılan global test ve data snooping tekniklerinden oluşmaktadır. Ayrıca Baarda yöntemiyle ilişkili olarak jeodezik ağlarda güvenilirlik analizi yapılmaktadır. Robust yöntemlerde ise temel amaç uyuşumsuz ölçülerden etkilenmeden parametre kestirimi yapmaktır. Bir taraftanda uyuşumsuz ölçüler otomatik olarak belirlenir. Jeodezide en yaygın kullanılan robust yöntemler, Huber, Hampel, Andrews ve Ramsay gibi M kestirim yöntemleri, Danimarka yöntemi, L_1 norm yöntemi ve LMS'dir. Kaldıraç noktalarına karşı genelleştirilmiş M kestirim yöntemi ve BIBER kestiricisi geliştirilmiştir. Korelasyonlu ölçüler için ise IGGIII, ağırlık elemanlarının bifaktör indirgeme modeli ve kovaryans elemanlarının bifaktör artırma modeli gibi robust yöntemler vardır.

Jeodezik ağlarda ölçüler yapılır ve EKKY ile değerlendirilir. Dengeleme hesabı

ve uyuşumsuz ölçü analizi yapıldıktan sonra sıra ağın kalitesinin ölçülmesine gelir (İnal ve Baybura 1995). Jeodezik ağların kalitesi duyarlık, güvenilirlik ve robustluk analizi ile ölçülmektedir. Duyarlık analizi rasgele hataların dağılımı ile ilgilidir. Dengeleme sonucu nokta koordinatlarına ilişkin varyans-kovaryans matrisinden hata elipsleri veya koordinat bilinmeyenleri için standart sapmalar gibi duyarlık ölçütleri elde edilir. Bütün bunlar elde ettiğimiz sonuçların rasgele hatalar açısından kalitesini gösterir. Ölçüler kaba ve sistematik hatalardan etkilenmediği yani sadece rasgele hatalarla yüklü oldukları zaman duyarlık terimi yerine doğruluk terimi de kullanılabilir. Bu nedenle duyarlık analizi ile sonuçların doğruluğu analiz edilmiş olmaktadır. Jeodezik ağ optimizasyonundaki amaçlardan biri de duyarlık yönünden ağların optimize edilmesidir. Örneğin güven elipslerinin homojen ve izotropik olmasını sağlayan ağlar tasarlanabilir veya varyans-kovaryans matrisinin normu, izi veya determinantı amaç fonksiyonu seçilerek bunları minimize eden nokta konumları veya ölçü duyarlıkları bulunabilir. Ağın beklenen duyarlılığını ifade edilen ölçüt matrisleri de amaç fonksiyonu olarak kullanılabilir. Amaç fonksiyonu olarak ölçüt matrisi kullanılması durumunda istenen ölçüt matrisini sağlayan ağ elde edilmektedir.

Duyarlık analizinden başka jeodezik ağların güvenilirliği ile de ilgilenilir. Güvenirlik Baarda'nın ortaya attığı bir kavramdır. Ölçülerde yapılan kaba hatalar EKKY ile bulunan bütün sonuçları bozduğu için bu ölçülerin Baarda testi ile belirlenmesi, uyuşumsuz ölçünün ölçü kümesinden atılması ve ağın yeniden dengelenmesi gerekir. Ancak Baarda testi her zaman başarılı olamayabilir. Bunun temelde iki sebebi vardır: (i) ölçüler birbirlerini yeterince kontrol etmemesi daha açık bir ifade ile kısmi redundans sayısı küçük olan ölçülerde kaba hata yapılmışsa bunu hangi yöntem kullanılırsa kullanılsın belirlemek güçtür, ve (ii) test kaba hatayı ortaya çıkaramayabilir; yani testin gücü kaba hatayı belirlemede yetersiz kalabilir. Genellikle iç güvenilirlik ve dış güvenilirlik ayrımı yapılmaktadır. İç güvenilirlik ağdaki her bir ölçü için belirlenebilir minimum kaba hata sınır değeri ifade eder. Bu değer ölçünün kısmi redundans sayısı ile standart sapmasının ve hipotez testlerindeki 1. ve 2. tip hata olasılıklarının bir fonksiyonudur. Doğal olarak bir ağda belirlenebilir minimum kaba hata sınır değerinin olabildiğince küçük olması istenir. Optimizasyonla iç güvenilirliği yüksek ağlar elde edilebilir. Dış güvenilirlik ise

belirlenemeyen kaba hataların parametre kestirimi üzerindeki maksimum etkisi ile ilgilidir. Belirlenemeyen kaba hataların sonuçlar üzerindeki etkisinin mümkün olduğunca küçük olmasını sağlayan ağlar optimizasyon ile tasarlanabilir. Baarda'nın dış güvenilirlik ölçütünün datuma bağlı olması bu ölçütün en büyük dezavantajıdır. Baarda'nın data snooping yöntemiyle ortaya çıkarılmamış kaba hataların etkisinin az olduğu ağlar robust fazla olduğu ağlar ise zayıftır. Robustluk analizinde, Baarda'nın klasik güvenilirlik yaklaşımı gerilme kavramına dayanan geometrik direnç analizi ile birleştirilmektedir. Klasik iç güvenilirlik analizinden elde edilen belirlenemeyen maksimum kaba hatalar nedeniyle ağ sanal bir deformasyona uğrar. Yani belirlenemeyen kaba hatalar ağı zorlar bunun neticesinde ağda zorlanmalar oluşur. Bir ağın robustluğunu ölçmek için ağdaki her bir noktanın deformasyon derecesi gerilmeyle ölçülür. Robustluk analizinde Baarda'nın dış güvenilirlik ölçütü konumun bir fonksiyonu olan öteleme alanı olarak düşünülür. Öteleme alanının konuma göre gradyanı alınarak gerilme matrisi elde edilir. Gerilme matrisinden ağda belirlenemeyen kaba hatalar nedeniyle oluşan deformasyonun şeklini ve büyüklüğünü ifade eden skaler parametreler elde edilir. Bunlara deformasyon ölçütleri (parametreleri) adı verilmektedir. Deformasyon parametreleri, ağdaki her bir ölçünün iç güvenilirlik ölçütünü kullanarak hesaplanmaktadır. Yani ağdaki her bir noktada ölçü sayısı kadar gerilme matrisi elde edilir. Dolayısıyla deformasyon ölçütlerinin her birinden ölçü sayısı kadar hesaplanır. Bunların mutlak değerce maksimum olanları robustluk parametreleri olarak adlandırılır ve nokta-nokta ağın direncini ifade etmek için kullanılırlar. Robustluk analizinde gerilme matrislerinin ve deformasyon ölçütlerinin elde edilebilmesi için öteleme alanından gerilme alanına hareket edilmektedir. Belirlenemeyen kaba hatalar nedeniyle oluşan yer değiştirmeleri (ötelemeler) elde etmek için ise başlangıç koşullarına ihtiyaç duyulur. Başlangıç koşulları ağdaki tüm noktaların yer değiştirme vektörleri normunu minimum yaparak elde edilen koordinatlardır. Ağın robust olup olmadığına karar vermek için eşik değerlere ihtiyaç duyulur. Elde edilen yer değiştirmeler eşik değerler ile karşılaştırılarak ağın robust olup olmadığına karar verilir. Robustluk analizi ağın kalite kontrolünde kullanıldığı gibi tasarım aşamasında da kullanılabilir. Ölçü sayısı ve/veya kalitesi artırılarak robustluk açısından optimal ağlar tasarlanabilir.

Jeodezik ağlar oluşturulurken yapılan işlemler optimal tasarım, tesis ve ölçülerin yapılması ve toplanan datanın analizi olmak üzere üç başlık altında incelenebilir. Bu çalışmada temel olarak GPS ağlarında optimum baz setinin seçilmesi ve robust yöntemlerle kaba hata analizi yapılması konuları incelenmiştir. GPS ağlarında optimum baz setinin seçilmesi jeodezik 2. derece tasarım problemi olarak ele alınabilir. Bir GPS ağının 2.derece tasarımında beklentileri karşılayan bir ölçüt matrisinden türetilen bir amaç fonksiyonu kullanılarak problem PSO algoritmasıyla çözülebilir. Bunun için ilk başta ağdaki bütün ölçülerin yapıldığı varsayılarak koordinatlar için elde edilebilecek en iyi varyans-kovaryans matrisi hesaplanmıştır. Ancak böylesi bir ağ gereğinden fazla iyi olduğu için varyans-kovaryans matrisinde belli bir miktar kötüleştirme yapılarak bir ölçüt matrisi oluşturulmuştur. Bu matris köşegen elemanlarında nokta koordinatları için istenen duyarlılıkları içeren diagonal bir matristir. PSO ile optimum ağırlıklar bulunmuş, bu ağırlıklar mevcut aletlerin doğruluğuna göre hesaplanan maksimum ağırlıklarla karşılaştırılarak ölçü ağırlıkları iki gruba ayrılmıştır. İlk gruptaki ölçüler optimum ağırlıkları maksimum ağırlıklardan fazla miktarda değişmeyen ölçülerdir. İlk gruptaki ölçüler ölçü planını oluşturmaktadır. İkinci grup ölçüler ise ağırlığı sıfır veya çok küçük olan yada optimum ağırlığı maksimum ağırlığından çok farklı olan ölçülerdir. Bu gruptaki ölçüler ise ölçü planından çıkartılır.

GPS ağları gibi korelasyonlu ölçüler içeren ağlarda robust yöntemlerle uyumsuz ölçü araştırması yapabilmek için korelasyonlu ölçüler için geliştirilen robust yöntemlerin kullanılması gerekir. Bu çalışmada Simkooei (2003) tarafından klasik ağlar için verilen L_1 norm minimizasyonu GPS ağlarına uyarlanmıştır. Ayrıca bir GPS ağının robustluk analizi gerçekleştirilmiştir.

Jeodezide uyumsuz ölçülerin belirlenmesi ve jeodezik ağların güvenilirliği konuları Baarda (1968) ile başlamış, bunun ardından Pope (1976) uyumsuz ölçülerin belirlenmesi için yaygın olarak kullanılan Pope yöntemini önermiştir. Öte yandan M kestirim yöntemleri, L_1 norm yöntemi, LMS yöntemi, LTS yöntemi, işaret zorlamalı robust en küçük kareler gibi pek çok robust yöntem sunulmuştur (Huber 1981; Hampel ve ark. 1986; Rousseeuw ve Leroy 1987; Koch 1999; Xu 2005). Jeodezide sıkça karşılaşılan korelasyonlu gözlemler için IGGIII yöntemi ve ağırlık

elemanlarının bifaktör indirgeme modeli gibi robust yöntemler geliştirilmiştir (Xu 1989; Yang 1994; Yang ve ark. 2002). Seemkooei (2003), jeodezik ağların dengelenmesinde kullanılan rank defektli Gauss Markov modeli için L_1 norm minimizasyonunun formülasyonunu vermiştir. Uyuşumsuz ölçü testleri ile robust yöntemlerin olumlu yanlarından birlikte yararlanmak ve bu yöntemlerin bazı dezavantajlarından korunmak için bazı hibrid yöntemler de geliştirilmiştir. Böyle bir çalışma Berberan (1995)'te verilmiştir. Jeodezide robust yöntemlerin kullanılmasına ilişkin diğer bazı çalışmalar Caspary ve Borutta (1987); Krarup ve ark. (1980); Hekimoğlu (1998); Xu (1993); Awange ve Aduol (1999); Gao ve ark. (1992); Harvey (1993); Hekimoğlu ve Berber (2003); Marchall (2002); Yang (1999); Hekimoğlu ve Erenoğlu (2006) ve Yetkin ve ark. (2007) dir.

Bir jeodezik ağın belirlenemeyen kaba hatalara karşı direncini gerilme analizi ile ölçmek düşüncesi ilk kez Kanada'nın New Brunswick üniversitesinde Thapa (1980) tarafından gerçekleştirilmiştir. Daha sonra Vanicek ve ark. (1981) tarafından bu yaklaşım geliştirilmiştir. Vanicek ve ark. (1991)'de Baarda tarafından sunulan güvenilirlik tekniği ile geometrik direnç analizi robustluk analizi adı verilen tek bir teknikte birleştirilmiştir. Vanicek ve ark. (2001)'de robustluk analizi ile ilgili bulgular özetlenmiş ve robustluğun datumdan bağımsızlığı kanıtlanmıştır. Simkooei (2001a) ve Seemkooei (2001b) robustluk analizini jeodezik ağ optimizasyonu çerçevesinde incelemiştir. Ayrıca Seemkooei (2001a) robustluk parametrelerinin redundans sayılarından etkilendiğini göstermiştir. Buna göre en büyük robustluk parametreleri minimum redundans sayılı gözlemlerden kaynaklanmaktadır. Berber (2006)'da ise 2-D ve 3-D ağlar için başlangıç koşulları ile 2-D ve 3-D ağlar için eşik değerler sunulmuştur. 1-D ağlara robustluk analizinin uygulanması araştırılarak bu tür ağlar için başlangıç koşulları sunulmuştur. Ayrıca zayıf ağların robustlaştırılması için bir strateji önerilmiştir.

Jeodezik ağların optimal tasarımı problemi 70'li ve 80'li yıllarda Grafarend ve Baarda'nın öncülüğünde başlamış, yapılan ilk çalışmalar Grafarend ve Sanso'nun editörlüğünde hazırlanan *Optimization and design of geodetic networks* (1985) isimli klasik kitapta toplanmıştır. Daha sonraki yıllarda Xu (1989); Xu ve Grafarend (1995); Jäger ve Kaltenbach (1990) tarafından önemli çalışmalar gerçekleştirilmiştir.

Jeodezik ağların optimizasyonu ile ilgili olarak basılan ikinci kitap ise Kuang'ın *Geodetic network analysis and optimal design* (1996) isimli kitabıdır. Bu kitapta Kuang jeodezik ağ tasarımı ve analizi konularını gözden geçirmiş ve doktora çalışmasında geliştirdiği optimizasyon yöntemini çeşitli jeodezik ağlara uygulamıştır. Bu kitapta ayrıca etkin ve aynı zamanda basit bir köşegen ölçüt matrisine yer verilmiştir. Bu matrisin köşegen elemanları tahmin edilen parametreler için istenen duyarlıklara göre oluşturulmaktadır.

Jeodezik ağların optimiasyonunda yapay zeka tekniklerinin kullanımı ise özellikle 2000'li yıllarda büyük ilgi görmüştür. Berné ve Baselga (2004)'de klasik bir jeodezik optimizasyon problemi olan 1.derece tasarım problemi simulated annealing metoduyla çözülmüştür. Bununla birlikte yapay zeka optimizasyon teknikleri en fazla GPS ağlarında optimum oturma planlamasının yapılmasında kullanılmıştır (Dare ve Saleh 2000; Saleh ve Dare 2001; Saleh ve Dare 2003; Saleh 2003; Saleh ve Chelouah 2004).

2. ROBUST KESTİRİM

Jeodezik ağ gözlemlerinin dengelenmesinde ve nokta koordinatlarının hesaplanmasında hata incelemesi yapmak önemli bir konudur. Buradaki temel amaç kaba ve sistematik hataların arındırılması ve sadece rasgele hatalarla yüklü gözlemleri kullanarak EKKY ile dengeleme yapmaktır. Ancak çeşitli nedenlerden dolayı ölçülerde kaba hata yapılabilir. Düzeltmelerin ağırlıklı kareleri toplamının minimum yapıldığı EKKY ağırlık matrisi gözlemlerin kovaryans matrisinin inversi olarak alındığında kayıksız ve minimum varyans kestirim sağlamaktadır. Ayrıca, gözlem hataları normal dağıldığı zaman EKKY, maksimum olasılıklı kestirime özdeş sonuçlar vermektedir. Günümüzde uyşumsuz ölçülere karşı kullanılan yaklaşımlar istatistiksel test yöntemleri ile robust yöntemlerdir (Berber ve Hekimoğlu 2003). İstatistik literatüründe robustluk uyşumsuz ölçülere karşı duyarsızlık olarak tanımlanır. Jeodezik ağlarda ölçüler yapıldıktan sonra EKKY ile dengeleme yapılarak nokta koordinatları veya yükseklikler gibi parametreler ile bunların standart sapmaları kestirilir. Ancak EKKY robust bir yöntem değildir. Yani EKKY ölçülerde kaba hata veya hatalar olduğu zaman yanlış sonuç vermektedir. Bu nedenle EKKY kaba hatalarla kirletilmiş ölçülere karşı da kullanılabileceği için sonuçların kalitesi diğer bir deyişle güvenilirliği garanti edilemez. Kaba hataların dışındaki başka problemler de EKKY'ni olumsuz yönde etkileyebilmektedir. Lineer modellerde parametre kestiriminde çeşitli problemler karşısında EKKY'ne alternatif (tamamlayıcı) kestiriciler geliştirilmiştir (Gross 2003). Ölçü uzayında, kaba hatayla kirletilmiş ölçü uyşumsuz ölçü olarak adlandırılır. Uyşumsuz ölçüler olduğu zaman EKKY' den daha iyi sonuç veren robust kestirim yöntemleri geliştirilmiştir. Bunlardan en yaygın olanları M kestirim yöntemleridir. Bu noktada Huber, Hampel, Andrews, Hampel ve Beaton-Tukey'in ağırlık fonksiyonları yaygın olarak kullanılmaktadır. Bunların dışında Danimarka ve L_1 norm yöntemleri de sık kullanılan robust yöntemlerdir. Tasarım uzayında ise kaldıraç noktası problemi ile karşılaşılabilir. Kaldıraç noktalarının en karakteristik özelliği kısmi redundans sayılarının çok küçük olmasıdır. Uyşumsuz ölçü belirlemede en önemli konulardan biri de kısmi redundans sayılarıdır. Genel olarak uyşumsuz ölçülerin belirlenmesi kaba hataların sayısı ve büyüklüğüne ve ağırlık geometrisine bağlıdır (Kuang 1996).

Ağın geometrisi kısmi redundans sayılarını etkiler. Kısmi redundans sayısı bir ölçünün ait olduğu ağın toplam redundansına (serbestlik derecesi) katkısıdır ve o ölçünün kontrol edilebilirlik ölçütüdür. Ayrıca bir ölçüdeki kaba hatanın o ölçünün düzeltilmesine yansıma yüzdesini verir. Uyuşumsuz ölçülerin yerleştirilmesi kısmi redundans sayısı küçük olan ölçülerde daha zordur. Ayrıca redundans matrisi dolu bir matris olduğu için bir ölçünün düzeltilmesi diğer ölçülerin hatalarından da etkilenmektedir (Kuang, 1996). Bu ise uyumsuz ölçü belirlemede çoğu kez yanlış karar verilmesine neden olmaktadır. Bazen test yöntemleriyle uyumsuz ölçü araştırması yaparken iyi bir ölçü kötü (batma etkisi), kötü bir ölçü ise iyi bir ölçü (gizleme etkisi) gibi değerlendirilebilmektedir. Buna EKKY'nin yayma etkisi adı verilir. Bu durum ölçüler korelasyonlu olduğu zaman daha anlamlı olmaktadır. Gizleme ve batma etkisi klasik uyumsuz ölçü belirleme yöntemlerini robust yöntemlere göre daha fazla etkilemektedir. Ancak robust yöntemlerde de klasik EKKY algoritması kullanıldığı zaman bu problem ortaya çıkabilir. Bunun için ilk iterasyon da düzeltilmesi standart sapmasının 3 katından büyük olmayan ölçünün ağırlığının değiştirilmemesi önerilmektedir (Leick 2004).

Kaldıraç noktalarıyla ilgili önemli bir problem kısmi redundansı küçük olan ölçülerin parametre kestirimindeki etkilerinin diğer ölçülere göre daha fazla olmasıdır. Örneğin bir kaldıraç noktasında kaba hata yapılmışsa bu ölçünün parametre kestirimindeki etkisi daha fazla olacaktır. Kaldıraç noktalarına karşı BIBER kestiricisi, genelleştirilmiş M kestiriciler veya LMS gibi yüksek kırılma noktalı robust yöntemler kullanılabilir.

Korelasyonlu ölçülerle jeodezide sıkça karşılaşmaktadır. Örneğin klasik jeodezik ağlarda yapılan açı ölçüleri korelasyonludur. Aynı şekilde GPS ağlarında bazlar veya baz bileşenleri korelasyonlu olabilir. Korelasyonu ölçüler için IGGIII, ağırlık elemanlarının bifaktör indirgeme modeli ve kovaryans elemanlarının bifaktör artırma modeli gibi robust yöntemler sunulmuştur.

Robust istatistik yöntemlerdeki temel amaç uyumsuz ölçülerin etkisini azaltmak hatta yok etmektir. Aynı zamanda otomatik olarak uyumsuz ölçüler de belirlenmiş olmaktadır. Robust yöntemlerle ayrıca bir ölçüdeki kaba hatanın o ölçünün düzeltilmesine de mümkün olduğunca tam olarak yansıması

gerçekleştirilmektedir. Ancak robust yöntemlerden her zaman başarılı olamamaktadır. Özellikle jeodezik ağ için geçerli olan stokastik model yöntemlerin başarısı üzerinde önemli bir etkiye sahiptir (Hekimoğlu ve Erenoğlu 2006; Hekimoğlu ve Berber 2003; Berber ve Hekimoğlu 2003).

2.1. Hatalar

Ölçüyü yapan kişi, ölçü aletleri ve çevre faktörleri nedeniyle hiçbir ölçü hatasız değildir. Bir ölçü defalarca gözleendiğinde birbirinden farklı büyüklükler elde edilir. Hatalar, rasgele hatalar, sistematik hatalar ve kaba hatalar olarak sınıflandırılır. İstatistiksel olarak rasgele hatalar düzensiz davranışlarına rağmen stokastik değişkenler olarak düşünülürler. Rasgele hatalar normal dağılımlıdır. Aynı büyüklüklü pozitif ve negatif işaretli hataların olma olasılığı birbirine eşittir. Bu hatalar genellikle küçük hatalardır. Küçük hataların olma olasılığı büyük hatalara göre daha fazladır. Ölçü sayısı sonsuza doğru arttıkça rasgele hataların ortalaması sıfıra yaklaşır (Kuang 1996). Ölçülerdeki rasgele hatalar nedeniyle EKKY' ne göre dengeleme yapılır (Leick 2004). Dengeleme ile nokta koordinatları tahmin edildikten sonra tahmin edilen parametrelerin kovaryans matrisi kullanılarak duyarlık analizi ile sonuçların kalitesi ölçülür. Örneğin hata elipsleri bu amaç için kullanılabilir.

Sistematik hatalar işaret ve büyüklüklerine göre sistematik olarak değişen hatalardır. Örneğin çelik şerit metredeki -5 cm' lik hata sistematik bir hatadır. Sistematik hataların en karakteristik özelliği kümülatif olmalarıdır. Kalibrasyon, uygun ölçme teknikleri kullanmak veya farklı koşullarda ölçüler yapmak suretiyle sistematik hatalar önlenir. Eğer hata biliniyorsa dengeleme yapmadan önce ölçülere gereken düzeltmeler getirilebilir veya sistematik hatalar dengelemeye ek bilinmeyenler ekleyerek modellenir. Bir EDM aletindeki sıfır hatası, ölçek hatası ve çevrel faz hatası sistematik hatalara örnek olarak verilebilir. Bu hatalar sırasıyla bir sabit, lineer bir fonksiyon ve lineer olmayan bir fonksiyon (sinüs fonksiyonu) yardımıyla modellenir. Teorik olarak sistematik hatalar ölçüler ile fonksiyonel model arasındaki tutarsızlığı gösterir (Kuang 1996).

Kaba hatalar genellikle ölçüyü yapan kişinin dikkatsizliği nedeniyle oluşan büyük hatalardır. Bir ölçünün yanlış okunması veya kaydedilmesi, yanlış hedefleme,

yanlış merkezleme gibi nedenlerle kaba hatalar yapılabilir. EKKY, ölçüler sadece rasgele hatalarla yüklü olduğu zaman minimum varyans ilkesine göre optimal çözümü vermektedir. Kaba hatalar rasgele değişkenler olmadıkları için istatistik yöntemlerle ele alınmaları güçtür. Kaba hatalı ölçülerin gerek arazi gerekse de büro çalışmaları ile mümkün olduğunca belirlenip elemine edilmeleri gerekir. Bunun için uygun ölçü ve hesap prosedürleri kullanılmalıdır. Tekrarlı ölçüler yapmak, lup kapanmaları veya çeşitli geometrik ve cebirsel koşulları kontrol etmek, birkaç defa hedefleme veya merkezleme yapmak dengeleme öncesi özellikle büyük kaba hatalı ölçülerin ortaya çıkarılmasına yardımcı olabilir. Özellikle bu şekilde ortaya çıkarılması güç olan küçük kaba hataların EKKY ile dengelemenin bir parçası olan ve uyumsuz ölçü testleri adı verilen hipotez testleri ile ortaya çıkarılması gerekir (Kuang 1996; Leick 2004). Kaba hatalı ölçülere karşı robust yöntemler de kullanılabilir. Uyuşumsuz ölçülere karşı kullanılan bu yöntemlerin başarısı kaba hata büyüklüğüne, sayısına, ağın geometrik yapısına, ölçü sayısına, bilinmeyen sayısına ve stokastik modele bağlıdır. Bir jeodezik ağın stokastik modeli homoskedastik, heteroskedastik veya heterojen olabilir. Eğer rasgele hatalar bağımsız ve özdeş olarak dağılmışsa bu model homoskedastiktir. Triangülasyon ağlarındaki rasgele hatalar bu şekilde ele alınabilir. Homoskedastik modelde ağırlıklar birbirinin aynıdır. Rasgele hataların varyansları bir parametreye göre değişiyorsa yani birbirlerinden farklı ise bu modelde heteroskedastiktir. Jeodezide rasgele hataların heteroskedastik olduğu durumlar trilaterasyon ağları, yükseklik ağları ve GPS ağlarıdır. Bu ağlarda rasgele hataların varyansları noktalar arasındaki uzaklıklara bağlı olarak değişmektedir. Yatay kontrol ağlarında ise rasgele hatalar heterojendir. Robust kestirimde veya uyumsuz ölçü belirlemede gözlemlerin heteroskedastikliğini dikkate almak önemlidir. Stokastik modelin doğru olmaması durumunda robust yöntemlerin başarısı önemli ölçüde azalmaktadır. Homoskedastik modelde hem uyumsuz ölçü testleri hem de robust yöntemler daha başarılı olmaktadır (Hekimoğlu ve Erenoğlu 2006; Hekimoğlu ve Berber 2003).

2.2. Gözlemlerin Doğruluk Analizi

Jeodezik ağların tasarımı ve toplanan datanın analizi için gözlemlerin doğruluk analizi önemli bir konudur. Böylece duyarlılık, güvenilirlik, robustluk ve hassaslık

analizlerine ek olarak bir de gözlemlerin doğruluk analizi yapılır.

Doğruluk ve duyarlık istatistiksel terimlerdir. Kavramsal olarak doğruluk bir kestirimin gerçek değerine yakınlık derecesi iken duyarlık gözlemlerin ortalamalarına olan yakınlık derecesidir. Bununla birlikte bu iki terim genelde birbirleriyle karıştırılmaktadır. Genel olarak doğruluk terimi yaygın bir şekilde duyarlık kavramının yerine kullanılmaktadır. Bu durum ancak gözlemlerde kaba hata ve sistematik biaslar söz konusu olmadığı zaman doğrudur. Nicelik olarak duyarlık varyans ile ölçülür. Varyans ise bir rasgele değişkenin ölçü değerlerinin ve onun gerçek değerinin arasındaki farkların karelerinin ortalaması olarak tanımlanır. Yapılmış veya yapılması önerilen bir gözlemin aletlere ve gözlem prosedürlerine göre duyarlığının belirlenmesi doğruluk analizinin konusudur. Doğruluk analizi önsel doğruluk analizi ve sonsal doğruluk analizi olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. İlki gözlemler henüz yapılmadan olabilecek bütün hata kaynaklarının katkısı analiz edilerek yapılırken ikincisi ise bir ölçü seti elde edildikten sonra elde edilen doğruluğu ölçü değerleri ve ölçülen ağı geometrisine bağlı olarak belirlemektir. Her iki durumda da gözlemleri sadece rasgele hataların etkilediği varsayılmaktadır. Dolayısıyla bu durumda doğruluk ve duyarlık birbirleri yerine kullanılabilir.

Önsel duyarlık analizi ile ağı tasarımı aşamasında ağı ve sonuçların alet ve çevre faktörlerinden nasıl etkileneceği incelenirken, sonsal doğruluk analizinin amacı ölçü kampanyası sonucu elde edilen tüm farklı tip gözlemlerin varyansları ve kovaryansları hakkında güvenilir bir bilgi elde etmektir. Bu sayede bilinmeyen parametrelerin kestirimi ve ağ kalite analizleri başarılı bir şekilde yapılabilir (Kuang 1996).

2.3. Jeodezik Ağların Güvenirlik Analizi

Kaba hatalarla ilgili olarak Baarda tarafından jeodezik ağların güvenirliliği kavramı ortaya atılmıştır. Güvenirlik bir ağı ölçülerdeki kaba hataları belirleme ve bunlara karşı koyma kabiliyeti olarak tanımlanır. Bu noktada genellikle iç ve dış güvenirlik ayrımı yapılmaktadır. İç güvenirlik ile ağı belli bir güven seviyesi ve test gücüyle yapılan hipotez testiyle kaba hata belirleme kabiliyeti ölçülmektedir, dış güvenirlik ölçütü ise belirlenemeyen kaba hataların tahmin edilen parametreler

üzindeki maksimum etkisi ile ilgilidir (Kuang 1996).

Her bir ölçü için elde edilen iç güvenilirlik ölçütü, o ölçü için Baarda testiyle belirlenebilir minimum kaba hata sınır değerini ifade eder ve aşağıdaki gibi verilebilir:

$$\nabla_{o,i} l_i = \frac{\delta_0 \sigma_{ii}}{\sqrt{r_i}} \quad (2.1)$$

Dış merkezlik parametresi δ_0 hipotez testlerindeki α ve β olasılıklarının bir fonksiyonudur. Bunlar sırasıyla 1. ve 2. tip hatayı ifade eder. 1. tip hata doğru bir hipotezin yanlışlıkla reddedilmesi, 2. tip hata ise yanlış bir hipotezin kabul edilmesidir. $\alpha = 0.05$ ve $\beta = 0.05$ değerlerine göre $\delta_0 = 3.61$ değeri kullanılabilir. σ_{ii} ve r_i ise sırasıyla i. ölçünün standart sapması ve kısmi redundans sayısıdır. Yukarıdaki sınır değere eşit veya daha küçük kaba hata Baarda testiyle belirlenemez ve dengeleme ile bulunan sonuçları olumsuz etkiler (Kuang 1996).

Belirlenemeyen kaba hatanın tahmin edilen parametreler üzerindeki maksimum etkisi ise:

$$\nabla_{o,i} \hat{X} = (A^T P A)^{-1} A^T P \nabla_{o,i} l \quad (2.2)$$

şeklinde verilen dış güvenilirlik ölçütü ile tanımlanır. $\nabla_{o,i} l$ i. elemanı hariç diğer bütün elemanları sıfır olan bir vektördür. i. elemanı ise ilgili ölçünün iç güvenilirlik ölçütüdür. Kısmi redundans sayısı ne kadar büyükse belirlenemeyen kaba hata büyüklüğü o kadar küçük olur, aynı zamanda belirlenemeyen kaba hataların tahmin edilen parametreler üzerindeki etkisi de o kadar az olur (Seemkooei 2001b).

Dış güvenilirlik kriterinin datuma bağlı olması bu kriterin en büyük dezavantajıdır. Vanicek ve ark. (1991) dış güvenilirliğin farklı bir biçimini sunmuştur: robustluk analizi. Gerilme kavramına dayalı bu yöntem fiziksel bir cismin deformasyon analizine tamamen geometrik bir yaklaşım sunar. Bu teknikte Baarda'nın dış güvenilirlik ölçütü yer değiştirme alanı olarak tanımlanır. Yer değiştirme alanı konumun bir fonksiyonudur. Daha sonra yer değiştirme alanının konuma göre gradyanı alınarak gerilme matrisi oluşturulur. Gerilmenin daha uygun

ve açıklayıcı bir yorumunu yapmak için gerilme matrisinden değişik skaler parametreler yani deformasyon ölçütleri elde edilebilir. Geleneksel olarak bu ölçütler dilatasyon (ortalama gerilme), diferansiyel dönme ile saf ve basit kesme bileşenlerinin geometrik ortalaması olan toplam kesmedir. Ağdaki her bir nokta için her bir ölçü nedeniyle bu ölçütlerden ayrı ayrı hesaplanır. Bunların maksimumları ilgili nokta için robustluk parametresi olarak alınır ve sırasıyla ölçekteki, şekildeki ve dönmedeki robustluğu ifade eder. Robustluk parametreleri ağıın belirlenemeyen kaba hatalara karşı direnç ölçütüdür (Seemkooei 2001b).

Jeodezik ağların güvenilirlik ve dirençleri ile uyumsuz ölçü belirlemedeki başarılarında kısmi redundans sayıları büyük rol oynamaktadır. Bunlar ölçülerin kontrol edilebilirlik ölçütleridir ve ağıın geometrik yapısını temsil ederler. Bir jeodezik ağda redundans sayılarının olabildiğince büyük ve homojen olması istenir. Bu durumda hem uyumsuz ölçüleri belirlemek kolaylaşacak hem de ağıın geometrik direnci artacaktır. Ancak ölçülerin kısmi redundans sayıları arttıkça sonuçlar üzerindeki etkileri azalır. Güvenirlik ve robustluk açısından uygun bir ağa optimizasyon ile ulaşılabilir.

2.4. Gizleme ve Batma Etkileri

EKKY' nin önemli dezavantajlarından birisi de kötü ölçülerin etkilerini diğer ölçüler üzerine de yaymasıdır. Özellikle ölçülerde birden fazla uyumsuz ölçü olduğu zaman bunların klasik test yöntemleri ile belirlenmesi güçtür.

EKKY ile elde edilen düzeltmeler vektörü v , şapka matrisi ile aşağıdaki gibi verilebilir:

Şapka matrisi

$$H = A(A^T P A)^{-1} A^T P \quad (2.3)$$

düzeltilmeler

$$v = (H - I)l \quad (2.4)$$

Şimdi iki tane uyumsuz ölçü olduğunu varsayalım. Bu iki kötü ölçü \bar{l}_i ve \bar{l}_k olsun. \bar{v}_i düzeltmesi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\bar{v}_i = -(1 - h_{ii})\bar{l}_i + h_{ik}\bar{l}_k + \sum_{j=1}^n h_{ij}l_j, \quad (2.5)$$

$j \neq i, k \neq i, j \neq k, i = 1, 2, \dots, n$

Eğer denklemin sağ tarafındaki ikinci terim birinci terimle ters işaretli ise iki terim birbirini götürebilir ve kötü bir ölçü iyi bir olur. Buna maskeleye etkisi adı verilir. Şimdide l_i iyi bir ölçü olsun. Bu ölçünün ikinci ve üçüncü terimler nedeniyle kötü bir ölçü olmasına ise batma etkisi adı verilmektedir (Hekimoğlu 2005).

Uyumsuz ölçü belirlemede son derece etkin olan redundans matrisi

$$R = I - H \quad (2.6)$$

şeklinde verilir. Bu matrisin diagonal elemanları ilgili ölçünün kısmi redundans sayısıdır:

$$r_i = (R)_{ii} \quad (2.7)$$

Kısmi redundans sayıları;

$$0 \leq r_i \leq 1 \quad (2.8)$$

aralığındadır. Kısmi redundans sayılarının toplamı ağırlık serbestlik derecesini verir. l_i ölçüsündeki ∇l_i kaba hatasının diğer düzeltmelere olan etkisi R matrisinin diagonal olmayan elemanlarıyla belirlenir:

$$\nabla_i \hat{v}_j = r_{ji} \nabla l_i \quad (j \neq i, j = 1, \dots, n) \quad (2.9)$$

Kısmi redundans sayıları daima 0 ile 1 arasında olduğu için bir kaba hatanın sadece bir kısmı düzeltmelere yansiyacak geri kalanı ise absorbe edilecektir. H matrisinin diagonal elemanları absorpsiyon sayısı olarak adlandırılır ve bir

ölçüdeki kaba hatanın sonuçları etkileme miktarını verir. Buna göre bir ölçünün $h_i = (H)_{ii}$ değeri ne kadar büyükse o ölçüdeki kaba hata sonuçları o kadar fazla etkiler (Leick 2004). Kısmi redundans sayısı büyük olan ölçüdeki kaba hata o ölçünün düzeltilmesini daha fazla etkileyecektir. Öte yandan düzeltmeler korelasyonlu olduğu için bir ölçüdeki kaba hata diğer ölçülerin düzeltmelerini de etkiler. Bunun için kaba hatalı bir ölçüyü ortaya çıkarabilmek için bu ölçüdeki hata nedeniyle oluşan etkinin aynı hata nedeniyle diğer ölçülerde oluşan etkiden küçük olması veya R matrisinde diagonal bir elemanın aynı satırdaki diğer elemanların mutlak değerlerinden daha büyük olması gerekir.

Uyuşumsuz ölçü belirlemenin temelini oluşturan şapka matrisi aynı zamanda güvenilirlikle de ilişkilidir. Şapka matrisinin diagonal elemanları ağırlık güvenirliliğini tanımlar (Tzur 1999). Şapka matrisi ölçüler arasındaki geometrik ve stokastik ilişkileri yansıtmaktadır (Hekimoğlu 1998).

Düzeltilmelere ilişkin varyans-kovaryans matrisi:

$$Q_{\hat{v}} = RP \quad (2.10)$$

şeklinde verilir. Buna göre ölçüler korelasyonsuz olsa bile ağırlık geometrisini yansıtan R matrisi dolu bir matris olacağı için düzeltmeler korelasyonlu olacaktır. Eğer l ölçü vektörünün kaba hata içerdiği varsayılırsa kaba hata vektörü ∇l in kestirilen düzeltme vektöründeki etkisi:

$$\nabla \hat{v} = -R\nabla l \quad (2.11)$$

ve

$$\nabla \hat{v}_i = -\sum_{j=1}^n r_{ij} \nabla l_j \quad (i = 1, \dots, n) \quad (2.12)$$

Kaba hata ve rasgele hataların etkisiyle oluşan düzeltmeler:

$$\tilde{v}_i = \hat{v}_i + \nabla \hat{v}_i \quad (i = 1, \dots, n) \quad (2.13)$$

Buna göre bir ölçüdeki düzeltme diğer ölçülerdeki hatalardan R matrisine

bağlı olarak etkilenmektedir. Bu nedenle birden fazla kaba hata ortaya çıktığı zaman bunları belirlemek daha zor olmaktadır.

Ağın geometrik gücünü ifade eden kısmi redundans sayılarının mümkün olduğunca büyük ve homojen olması istenir; bu sayede ağın her bölgesinde kaba hata belirleme kabiliyeti yüksek ve aynı olur. Kısmi redundans sayıları ağın geometrisine bağlı olduğu için bu durum jeodezik ağ optimizasyonunda göz önünde bulundurulabilir. Kısmi redundans sayıları 1'e doğru yaklaştıkça düzeltmeleri daha fazla etkilerler bunun sonucu olarak belirlenmeleri daha kolaylaştığı gibi parametrelere olan etkileri de azalır. Ters durumda ise yani kısmi redundans sayıları 0'a doğru yaklaştıkça düzeltmeleri daha az etkileyecekleri için kaba hatalı ölçülerin belirlenmeleri güçleşir. Aynı zamanda tahmin edilen parametrelerdeki etkileri de artar (Kuang 1996).

2.5. Uyuşumsuz Ölçü Kavramı

Ölçmede kullanılan aletler, ölçüyü yapan kişi ve çevre koşulları gibi nedenlerle ölçülerde hata yapmamak olanaksızdır. Ölçü hataları rasgele hata, kaba hata ve sistematik hata olarak sınıflandırılabilir. Rasgele hatalı ölçülerin, ölçünün gerçek değeri etrafında normal dağıldığı kabul edilir. Öte yandan ölçülerde yapılan kaba hatalar rasgele hataların dağılımının ötelenmesine yol açar. EKKY ile dağılımın ümit değeri ve standart sapması tahmin edileceği için gerçek değere göre ötelenmiş dağılımdan yanlış sonuçlar elde edilecektir. Ölçülerde kaba hata yapılması durumunda düzeltmelerin büyüklüğü artar. Gözlemlerin stokastik özelliklerine ilişkin bazı varsayımlara dayalı olarak kurulan belli bir sınır değeri, istatistik test kurallarına göre aşan düzeltmeler uyuşumsuz (outlier, aykırı değer) olarak adlandırılır. Robust istatistikte uyuşumsuz ölçü, ölçülerin büyük çoğunluğunun geldiği dağılımdan farklı bir dağılımdan gelen ölçü olarak tanımlanır (Huber 1981) . Dengelemede stokastik model rasgele hataların varyans-kovaryans dağılımına göre oluşturulur. Bu nedenle, kaba hata yapılmışsa, başlangıçta belirlenen ağırlık söz konusu ölçü için yanlış olur. Robust yöntemlerle, ölçüler için uygun ağırlıklar belirlenerek standartlaştırılmış düzeltmesi belli bir aralığın dışında kalan ölçünün etkisi azaltılmaya hatta yok edilmeye çalışılır. Gauss eğrisinde (normal dağılmış ölçülerin olasılık yoğunluk

fonksiyonu) standart sapma σ ölçülerin % 68.3 olasılıkla düşeceği alanı tanımlar. Buna göre bir ölçü 100 defa gözlenmişse bunların yaklaşık % 70 inin bu alan içine düşmesi beklenir. Örneğin EKKY ile bulunan standart sapma $\pm 2^{\text{cc}}$ ise ölçülerin yaklaşık % 68.3'ünün düzeltilmesi $\pm 2^{\text{cc}}$ arasındadır. Farklı olasılıklı muhtemel hatalar (E) aşağıdaki gibi verilebilir.

Çizelge 2.1 Çeşitli muhtemel hatalar için çarpanlar

Sembol	Çarpan	Muhtemel hata yüzdeleri
E ₅₀	0.6745 σ	50
E ₉₀	1.6449 σ	90
E ₉₅	1.96 σ	95
E ₉₉	2.576 σ	99
E _{99.7}	2.965 σ	99.7
E _{99.9}	3.29 σ	99.9

Bunlardan son dört değer kaba hatalı ölçülerin (uyuşumsuz ölçülerin) belirlenmesinde kullanılır. Kaba hatalı ölçülerin meydana gelme olasılığı oldukça düşüktür. Örneğin E_{99.7} = 2.965 σ değerine göre, söz gelimi 100 ölçü yapılmışsa % 99.7' sinin (bir ölçü bile değil) $\pm 3\sigma$ aralığının dışında olması beklenir. Genellikle 3σ ve daha büyük hatalar kaba hata olarak tanımlanır. Bir ölçüde kaba hata yapılmışsa o ölçünü EKKY ile bulunan düzeltilmesi artar. EKKY ile dengelemede ölçülerin sonuçlar üzerindeki etkisiyle düzeltme büyüklükleri doğru orantılıdır. Yani düzeltilmesi büyük olan ölçünün sonuçlar üzerindeki etkisi daha fazladır. Bu ölçü ise kaba hatalı bir ölçü olabilir.

Anormal gözlemlerin etkisini kontrol etmek için robust istatistikte uygun bir

kirletilmiş dağılım kullanılmaktadır. Robust kestiriciler bu dağılıma göre elde edilmiştir, diğer bir deyişle anormal gözlemlerin kovaryansları arttırılarak kaba hataların parametre kestirimleri üzerindeki etkileri azaltılmaktadır. Robust istatistikte kirletilmiş hata modeli genellikle şu şekilde ifade edilmektedir;

$$F_{\varepsilon}(\Delta) = (1 - \varepsilon)F + \varepsilon H \quad (2.14)$$

burada Δ gözlem hatalarını ifade etmektedir; F_{ε} kirletilmiş dağılım fonksiyonu, F ise hataların deneysel dağılımıdır. ε bozulma derecesidir, $0 < \varepsilon < 1$; H uyuşumsuz ölçülerin dağılım fonksiyonudur. Guttman ve Lin (1995) tarafından önerilen karışık dağılıma göre L_i gözleminin hatası Δ_i ,

$$\Delta_i \sim \alpha_{i1}N(0, \sigma_{i1}^2) + \alpha_{i2}N(0, \sigma_{i2}^2), \quad \alpha_{i1} + \alpha_{i2} = 1 \quad (2.15)$$

α_{i1} ve α_{i2} 2 adet normal dağılıma karşılık gelen olasılıklardır. σ_{i1}^2 ve σ_{i2}^2 bu normal dağılımların varyanslarıdır (Yang ve ark. 2002; Huber 1981; Hampel ve ark. 1986).

Ayrıca buradaki kirletilmiş model korelasyonsuz ölçüler içindir. Kirletilmiş dağılımlarda uyuşumsuz ölçülerin dağılımı, $N(0, \sigma_{i2}^2)$, α_{i1} ve α_{i2} olasılıkları, ve ε bilinmemektedir.

Gözlemlerde tesadüfen meydana gelen uyuşumsuzlara rasgele uyuşumsuzlar adı verilmektedir. Bunların işaretleri ve büyüklükleri, söz gelimi uniform dağılıma göre, rasgele değişmektedir. Ortak etkilenmiş uyuşumsuz ölçülerin hepsinin işareti aynı olmasına rağmen büyüklükleri rasgele değişmektedir. Ortak etkilenmiş uyuşumsuz ölçüler ölçme prosesindeki bilinmeyen aynı bir bozucu kaynaktan etkilenen uyuşumsuzlardır (Hekimoğlu ve Berber 2003).

2.6. Kırılma Noktası Kavramı

Değişik durumlarda farklı robust yöntemler arasında bir karşılaştırma yapabilmek için performans ölçütlerine ihtiyaç duyulmaktadır. Robust yöntemler için böyle bir genel performans ölçütü Hampel ve ark. (1986) tarafından sunulan kırılma noktasıdır. Sonlu bir örnek küme için kırılma noktası Donoho ve Huber (1983)

tarafından bir kestiricinin keyfi bir şekilde büyük anormal değerler almasına neden olan en küçük kirlenme miktarı şeklinde tanımlanmıştır. Uyuşumsuzlar hem ölçü (kaba hata) hem de tasarım uzayında (kaldıraç noktası) olabilir. Bu tür uyuşumsuzlar uç uyuşumsuzlardır (Hekimoğlu ve Erenoğlu 2006). EKKY sadece bir tane uyuşumsuz olması durumunda bile kırılmaktadır. Yani kırılma noktası %0'dır. Bir tane bile kaldıraç noktası ve/veya kaba hatalı ölçü olsa bile EKKY ile anlamsız değerler elde edilir. Xu (2005) iteratif ağırlıklandırılmalı EKKY ile L_1 norm yönteminin de kırılma noktasının 0 olduğunu göstermiştir.

Öte yandan ölçü ağırlıklarının kestiricilerin robustluğunu nasıl etkilediği Xu (2005) tarafından incelenmiştir. Bu konuda şöyle bir örnek verilebilir. 10 nokta ve toplam 33 açı ölçüsünden oluşan bir jeodezik ağı ele alalım. 32 açı ± 6 s doğruluklu bir teodolitle diğer açı ise ± 1 s doğruluklu bir teodolitle ölçülsün. Buna göre eğer ölçü uzayında önemli ölçüde büyük ağırlıklı bir uyuşumsuz ölçü varsa Huber' in M kestirim yöntemi veya L_1 norm yöntemi kırılmaktadır. Yani bu kestiricilerin kırılma noktası 0 olmaktadır.

Huber (1981) ise kırılma noktasını bir kestiricinin baş edebileceği uyuşumsuz ölçülerin sayısının tüm ölçü sayısına oranının limit değeri olarak tanımlamıştır. Çeşitli kestiricilerin kırılma noktası hesaplanır. Kırılma noktaları karşılaştırılarak hangi kestiricinin hangi kestiriciden daha güvenilir olduğu söylenebilir.

Kırılma noktası ölçü sayısı ile de ilişkilidir. Ne kadar fazla ölçü yapılmışsa diğer bir deyişle serbestlik derecesi ne kadar fazla ise uyuşumsuz ölçülerin belirlenmesi o kadar kolaylaşır. Kırılma noktası bize ne kadar uyuşumsuzun güvenle belirlenebileceğini bildirir. Bu açıdan kırılma noktası gizleme etkisini de açıklamaktadır. Son olarak uyuşumsuz belirlemede önemli bir kriter uyuşumsuzların oranı % 50'yi aşıyorsa bunları belirlemek olanaksızdır.

Kırılma noktası kestiriciler kadar test yöntemleri içinde genel bir güvenilirlik ölçütüdür. Test yöntemlerinin kırılma noktası ile kaç tane uyuşumsuz ölçünün güvenle belirlenebileceği bildirilir. Test yöntemlerinin uyuşumsuz ölçüleri belirleme yeteneği uyuşumsuzların oranına, α anlamlılık düzeyine ve aynı zamanda kestiricinin kırılma noktasına bağlıdır. Genel olarak sadece 1 tane uyuşumsuz varsa

problem daha basittir. Ancak uyumsuzların sayısı birden fazla olduğunda gizleme ve batma etkisi nedeniyle problem daha zor olmaktadır. Kötü ölçülerin türü, kaba hataların büyüklüğü ve gözlemlerin geometrisine göre bir test tarafından güvenle reddedilebilecek uyumsuz sayısı değişir. Eğer uyumsuzların sayısı güvenle reddedilebilecek uyumsuz sayısını aşıyorsa test kırılır. Öte yandan bir tane bile iyi ölçü kötü olarak belirlenmişse yine testin kırıldığı kabul edilir (Berber 1997).

2.7. Uyumsuz Ölçü Testleri

EKKY ile dengeleme yaptıktan sonra elde edilen düzeltmeler hipotez testleri ile analiz edilerek uyumsuz ölçüler belirlenebilir. Jeodezik ağlarda kullanılan hipotez testleri global test ve lokal testlerden oluşmaktadır. Lokal testler uyumsuz ölçülerin yerleştirilmesinde kullanılır.

EKKY' ne dayalı klasik uyumsuz ölçü belirleme yöntemleri Baarda yöntemi, Pope testi ve t testidir. Baarda yönteminin ilk aşamasında global test ile düzeltmeler toplu olarak analiz edilir. İkinci aşama olan data snooping aşamasında ise uyumsuz ölçülerin yerleştirilmesi yapılır. Bu yöntemler arasındaki en önemli fark düzeltmelerin standartlaştırılmasında farklı varyans faktörlerinin kullanılmasıdır. Baarda yönteminde önsel varyans faktörü kullanılırken, diğer iki testte sonsal varyans faktörleri kullanılır. Global testte ise önsel ve sonsal varyans değerlerinin uyumluluğu istatistiksel olarak test edilir.

Global testte kullanılan test istatistiği:

$$y = \frac{r\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} = v^T \frac{P}{\sigma_0^2} v = v^T C_1^{-1} v \quad (2.16)$$

dir. Sıfır hipotezi:

H_0 : Tahmin edilen $\hat{\sigma}_0^2$ sonsal varyans faktörünün beklenen değeri σ_0^2 önsel varyans faktörüne eşittir.

Sıfır hipotezine göre y test istatistiği r serbestlik dereceli χ^2 dağılımındadır.

Global test için seçilen α anlamlılık düzeyinde, iki taraflı istatistiksel test prensibine göre:

$$y > \chi^2_{1-\alpha/2}(r) \quad (2.17)$$

veya

$$y < \chi^2_{\alpha/2}(r) \quad (2.18)$$

ise sıfır hipotezi reddedilir. Diğer bir deyişle sıfır hipotezinin kabul edilebilmesi için:

$$\chi^2_{\alpha/2}(r) \leq y \leq \chi^2_{1-\alpha/2}(r) \quad (2.19)$$

olmalıdır. Ağırlık matrisi:

$$P = \sigma_0^2 C_l^{-1} \quad (2.20)$$

şeklinde tanımlanır. Pratikte önsel varyans 1 olarak alındığı için ağırlık matrisinin ölçülere ilişkin kovaryans matrisinin inversine eşit olduğu söylenebilir. Bu durumda global test ile sonsal varyans faktörünün istatistiksel olarak 1'e eşit olup olmadığı incelenmektedir.

Global testte sıfır hipotezine alternatif olarak:

H_{a1} : Ölçü ağırlıkları yanlış belirlenmiştir.

H_{a2} : Ölçülerde kaba hata yapılmıştır.

seçenek hipotezleri sunulur.

Global testin geçilememesi i) uyumsuz ölçü olması, ii) ölçüler için verilen kovaryans matrisinin hatalı olması iii) dengeleme için verilen deterministik modelin yanlış olması ile açıklanabilir.

Global testte kullanılan y test istatistiği ölçülerin kovaryans matrisiyle ters orantılıdır. Buna göre, ölçüler gerçek duruma göre daha az duyarlıysa buna paralel

olarak çok küçük bir y test istatistiği elde edilir. Bundan dolayı y test istatistiği $\chi^2_{1-\alpha/2}(r)$ tablo değerinin aşamaz. Aynı şekilde ölçüler gerçek durumdan daha duyarlıysa buda çok büyük bir y değerine neden olur. Dolayısıyla y test istatistiği $\chi^2_{\alpha/2}(r)$ den daha büyük çıkabilir. Bu nedenlerden dolayı global test geçilemeyebilir. Bunun için eğer global test geçilememişse ilk olarak stokastik model kontrol edilmelidir (Kuang 1996).

Global test sonucu önsel ve sonsal varyans faktörleri uyuşumsuz çıkmış ve düzeltmeler kullanılan ölçme aletlerinin doğruluğu ile karşılaştırıldığında makul derecede küçük kalıyorsa ilk olarak gözlemlere ait C_1 varyans-kovaryans matrisinin yanlış kurulduğu sonucuna varılmalıdır. Bu durumda C_1 matrisi $\hat{\sigma}_0^2$ ile ölçeklendirilir ve yeniden dengeleme yapılır. Ancak bazı düzeltmeler diğerlerine göre daha büyük değerler alıyorsa bu durumda gözlemlerde kaba hata yapıldığı sonucuna varılarak data snooping tekniği ile yerelleştirme adımına geçilir.

Uyuşumsuz ölçülerin yerelleştirilmesinde kullanılan test istatistikleri:

Baarda yöntemi (data snooping)

$$n_i = \frac{|v_i|}{\sigma_0 \sqrt{r_i}} \sim n(0,1) \text{ Standart normal dağılımlı} \quad (2.21)$$

Pope testi (Tau)

$$\tau_i = \frac{|v_i|}{\hat{\sigma}_0 \sqrt{r_i/P_i}} \sim \tau_{n-u} \text{ Tau dağılımlı} \quad (2.22)$$

t testi (Student)

$$t_i = |v_i|/s_{0i} \sqrt{Q_{vivi}} \sim \text{Student dağılımlı} \quad (2.23)$$

$$s_{0i}^2 = \left(v^T P v - \frac{v_i^2}{Q_{vivi}} \right) / (r-1) \quad (2.24)$$

dir (Demirel 2005).

Baarda yöntemi (global test+data snooping) önsel varyans değerinin bilinmesini gerektirir. Önsel varyans faktörü bilinmiyorsa Baarda yöntemi kullanılamaz. Bu durumda global test gerçekleştirilemez ve data snooping tekniğinin yerini Pope testi alır. τ test istatistiği ile ilgili problem tahmin edilen varyans faktörünün ölçülerdeki kaba hatalardan etkilenmesidir. Ne kadar büyük kaba hata yapılırsa varyans faktörü için tahmin edilen değer o kadar büyük olur. Bunun bir sonucu olarak ta τ test istatistiği o kadar azalır. Bu nedenle τ testi ile çoğu kez kaba hatalı bir ölçü belirlenemeyebilir. Özellikle küçük kaba hatalara karşı bu yöntem başarısızdır (Kuang 1996).

Baarda testi diğer test yöntemlerine göre biraz daha ön plana çıkmaktadır. Ancak bu yöntemde uyuşumsuz ölçü belirlemede her zaman başarılı olmayabilir. Özellikle test yöntemlerinin dengeleme ile bulunan kirletilmiş sonuçları kullanmaları bu yöntemlerinin başarısını azaltmaktadır. Ancak aynı durum robust kestirim içinde geçerli olabilir [1].

Pope (1976) tarafından sunulan Tau testinde 2. tip hata dikkate alınmamaktadır. Önsel varyans bilinmesi zorunlu olmadığı için her zaman uygulanabilen Tau testinin kritik bir dezavantajı vardır. Bu yöntemin test istatistiğine bakılacak olursa sonsal standart sapma paydada yer almaktadır. Oysa kaba hata miktarı arttıkça bu değer büyüklüğü de artmaktadır. Bu nedenle belirli bir değerden sonra kaba hatalı bir ölçünün test istatistiği kritik değeri ($\alpha = 0.05$ için 3.57) aşamaz. Yani bu ölçü iyi bir ölçüymüş gibi değerlendirilir (Kuang, 1996). Diğer bir deyişle bir jeodezik ağda kaba hata ile yüklü bir gözlemin $|\tau_i|$ değeri, kaba hatanın büyüklüğü sonsuza doğru gittikçe, maksimum bir değere yakınsar. Bazen bu değer kritik değerden daha küçük olur. Bu durumda Tau testi ile her zaman güvenilir bir şekilde uyuşumsuzların reddedilebileceği söylenemez. Kaba hata ile yüklü bir gözlem için aşağıdaki ifade yazılabilir;

$$\lim_{e \rightarrow \infty} \tau_i = \text{sabit} \quad (2.25)$$

Bu sabit özellikle kritik değer doğru bir şekilde seçilmesi açısından önemlidir. e kaba hatayı ifade edecek şekilde bu limit için EKKY' ne ait matris terimleriyle

aşağıdaki ifade yazılabilir:

$$\lim_{e \rightarrow \infty} \tau_i = \frac{\left\| \left[A(A^T P A)^{-1} A^T P - I \right] e_i \right\|}{\sqrt{\left[\frac{1}{f} Q_{vv} \left[\left[A(A^T P A)^{-1} A^T P - I \right] e_i \right]^T P \left[\left[A(A^T P A)^{-1} A^T P - I \right] e_i \right] \right]_{ii}}} \quad (2.26)$$

Burada, e_i i. elemanı sıfıra eşit olan sıfır vektörüdür [1].

2.8. Robust M-Kestirim Yöntemi

EKKY' inde amaç fonksiyonu;

$$\sum_{i=1}^n p_i v_i^2 = \min. \quad (2.27)$$

olarak verilir. Burada p_i ağırlıkları v_i ise düzeltmeleri ifade etmektedir. Robust yöntemlerde ise düzeltmelerin farklı amaç fonksiyonları minimum yapılmaktadır. Bu amaç fonksiyonlarına göre düzeltmeleri belli bir aralığın dışında kalan ölçülerin etkisi kullanılan robust yöntemin ağırlık fonksiyonuna bağlı olarak azaltılmakta hatta sıfır yapılmaktadır.

2.8.1. Robust kestirim probleminin iteratif ağırlıklandırılmalı en küçük kareler algoritmasıyla çözümü

EKKY kaba hatalara karşı duyarlı bir yöntemdir. EKKY ile optimal çözüm elde edebilmek için ölçülerdeki kaba hataların ayıklanması ve kaba hatalardan arındırılmış ölçülerle parametre kestirimi yapılması gerekmektedir. Uyuşumsuz ölçüleri belirlemek amacıyla istatistik test yöntemleri (Baarda, Tau veya Student gibi) yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Test yöntemleri genellikle ölçü kümesinde bir tek kaba hata olması durumunda başarılı olmaktadır. İteratif olarak uygulanan testlerle her bir iterasyon da ancak bir tek ölçünün uyuşumsuz olduğuna karar verilebilmektedir. Test yöntemiyle uyuşumsuz olduğuna karar verilen ölçü atılır ve kalan ölçülerle EKKY ile dengeleme yapılarak işleme devam edilir. Ancak EKKY'nin yayma etkisi nedeniyle test yöntemleri uygulandığı zaman uyuşumsuz bir ölçü iyi

bir ölçü veya tam tersi uyumlu bir ölçü uyumsuz olarak çıkabilmektedir.

Uyumsuz ölçülere karşı bir diğer yöntem robust yöntemlerdir. Bu yöntemlerdeki amaç uyumsuz ölçülerin parametre kestirimindeki etkilerini azaltmak hatta yok etmektir.

Robust yöntemlerin jeodezide en yaygın olarak kullanılanları M kestirim yöntemleridir. Seemkoei (2003)' te Gauss-Markov modellerinde L_1 norm yönteminin minimizasyonu konusu bir ve iki boyutlu ağlarda incelenmiştir. Wicki (2001) ise jeodezik ağların dengelenmesinde BIBER kestiricisini kullanıldığını incelemiştir.

Maksimum olasılık kestirim yönteminin genelleştirilmiş biçimi olan M kestiricisinin amaç fonksiyonu;

$$M = \sum_{i=1}^n \rho \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - l_j \right) = \sum_{i=1}^n \rho(v_i) = \min. \quad (2.28)$$

olarak verilir (Berber 1997).

Burada $\rho(v)$ kayıp fonksiyonu veya amaç fonksiyonu olarak adlandırılır. Amaç fonksiyonunun düzeltmelere göre türevi alınarak;

$$\frac{\partial \rho(v_i)}{\partial v_i} = \psi(v_i) \quad (2.29)$$

olarak etki fonksiyonu elde edilir. Etki fonksiyonu bir kestirim yönteminde ölçü düzeltmelerinin büyüklüğü ile ölçülerin parametre kestirimindeki etkisi arasındaki ilişkiyi ifade eder. Örneğin EKKY' nin etki fonksiyonuna göre ölçülerin düzeltmeleri arttıkça bu ölçülerin sonuçlar üzerindeki etkisi de aynı şekilde artmaktadır. Bir ölçüde kaba hata yapılması durumunda o ölçünün düzeltilmesi artacağı için EKKY' in de uyumsuz ölçülerin etkisinin diğer ölçülere göre daha fazla olduğu söylenebilir. Robust yöntemlerde ise etkisi varsayılan bir sınırı aşan ölçünün etkisi o ölçünün ağırlığı değiştirilerek azaltılmaktadır.

M' nin bilinmeyenlere göre türevi alınır ve sıfıra eşitlenirse;

$$\frac{\partial M}{\partial x_j} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \rho(v_i)}{\partial v_i} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \sum_{i=1}^n \psi(v_i) \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = 0 \quad (2.30)$$

veya

$$\sum_{i=1}^n \psi(v_i) a_{ij} = 0 \quad (2.31)$$

matrislerle;

$$A^T \psi(v) = A^T \psi(A\hat{x} - 1) = 0 \quad (2.32)$$

yazılabilir (Berber 1997).

Robust kestirim yöntemlerinde etki fonksiyonu düzeltmelere bölünerek ağırlık fonksiyonları elde edilir;

$$W = W(v) = \frac{\psi(v)}{v} = \frac{\psi(Ax - 1)}{Ax - 1} \quad (2.33)$$

EKKY' deki normal denklemlere benzer olarak;

$$A^T W(v) = A^T W(Ax - 1) = 0 \quad (2.34)$$

eşitliği ve buradan bilinmeyenler için

$$\hat{x} = (A^T W A)^{-1} A^T W l \quad (2.35)$$

yazılabilir. Robust yöntemlerle bilinmeyenlerin çözümü için yaygın olarak kullanılan algoritma iteratif ağırlıklandırılmış EKKY' dir. Buna göre M kestirim yöntemlerinin çözüm algoritması;

$$\hat{x}_{k+1} = (A^T \bar{W}_k A)^{-1} A^T \bar{W}_k l \quad (2.36)$$

$$v_k = A \hat{x}_k - l \quad (2.37)$$

$$\bar{W}_k = P W_k, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (2.38)$$

$$W_k = \text{diag}(w_1^{(k)}, \dots, w_n^{(k)}) \quad (2.39)$$

olarak verilebilir. Burada k iterasyon sayısı, n ölçü sayısı, $w_i^{(k)}$ seçilen ağırlık fonksiyonu, W_k yeni ağırlık matrisi, \bar{W}_k ise eşdeğer ağırlık matrisidir (Hekimoğlu ve Berber 2003).

M kestirim yöntemlerinin iteratif ağırlıklandırılmalı EKKY ile çözümünde izlenen prosedür aşağıdaki gibi verilebilir:

1. Klasik EKKY ile dengeleme yapılır. Burada ağırlık matrisi birim matris veya kestirilen önsel ağırlık matrisi alınabilir.
2. Dengeleme sonucu bulunan düzeltmeler ile seçilen ağırlık fonksiyonuna göre yeni ağırlıklar belirlenir. Diğer bir deyişle kestirilen önsel ağırlıklar bu değerlerle yeniden ölçeklendirilir.
3. Yeni ağırlıklarla yeni bir en küçük kareler dengelemesi yapılır. Ardışık çözümler arasındaki farklar belli bir değerden küçük oluncaya kadar işlem iteratif olarak sürdürülür.

Jeodezide yaygın olarak kullanılan robust bir yöntem olan Danimarka yönteminde amaç fonksiyonu;

$$\sum (Pv^2)_t \rightarrow \min. \quad (2.40)$$

olmak üzere ağırlık fonksiyonu;

$$w(v_t) = \begin{cases} 1 & \frac{|v_t| \sqrt{p_0}}{S_0} < c \\ \exp & \frac{|v_t| \sqrt{p_0}}{S_0} \geq c \end{cases} \quad (2.41)$$

olarak verilir.

c sabiti genelde 3 olarak alınır. t , iterasyon sayısıdır. Buna göre iteratif olarak ağırlıklar;

$$p_{t+1} = p_t w(v_t), \quad t = 0, 1, 2, \dots \quad (2.42)$$

olarak elde edilir (Erenoğlu 2003).

Yaygın olarak kullanılan M kestirim yöntemlerine ait ağırlık fonksiyonları \tilde{v}_i standartlaştırılmış düzeltmeler olmak üzere aşağıdaki Çizelge 2.2 de verilmiştir.

Çizelge 2-2'de verilen kritik değerler bir ölçünün uyumsuz olup olmadığına karar vermek açısından önemlidir. Kritik değerler genellikle istatistikçiler tarafından deneysel olarak belirlenmiş değerlerdir. Kritik değer A katsayılar matrisi, α yanılma olasılığı ve önsel ağırlıklı varyansın kareköküne bağlı olarak,

$$c_i = \sigma_0 \sqrt{Q_{vivi}} t_{(1-\alpha/2), f} \quad (2.43)$$

biçiminde de belirlenebilir (Berber 1997).

Çizelge 2.2 Yaygın olarak kullanılan M-Kestirim yöntemleri

M – Kestirimi	Ağırlık Fonksiyonu	Kritik Değer (c)
Huber	$w(\tilde{v}_i) = \begin{cases} 1 & \tilde{v}_i \leq c \\ \frac{c}{ \tilde{v}_i } & \tilde{v}_i > c \end{cases}$	c = 1.5
Hampel	$w(\tilde{v}_i) = \begin{cases} 1 & \tilde{v}_i \leq a \\ \frac{a}{ \tilde{v}_i } & a < \tilde{v}_i \leq b \\ a(c - \tilde{v}_i) & b < \tilde{v}_i \leq c \\ \frac{(c - b) \tilde{v}_i }{(c - b) \tilde{v}_i } & \\ 0 & \tilde{v}_i > c \end{cases}$	a = 1.7, b = 3.4, c = 8.5
Andrews	$w(\tilde{v}_i) = \begin{cases} \frac{c}{ \tilde{v}_i } \sin \frac{ \tilde{v}_i }{c} & \tilde{v}_i \leq c\pi \\ 0 & \tilde{v}_i > c\pi \end{cases}$	c = 1.5
Ramsay	$w(\tilde{v}_i) = \exp^{-c \tilde{v}_i }$	c = 0.30
Beaton - Tukey	$w(\tilde{v}_i) = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{\tilde{v}_i}{c}\right)^2\right)^2 & \tilde{v}_i \leq c \\ 0 & \tilde{v}_i > c \end{cases}$	c=1.5 veya 2

2.9. L_1 Norm Yöntemi

L_1 norm yöntemi jeodezik ağlardaki uyuşumsuz ölçüleri belirlemek için kullanılan bir tekniktir. L_1 norm yöntemi ile dengeleme lineer programlama problemi ile çözülebilir. Seemkooei (2003) de rank defektli Gauss-Markov modeli için L_1 norm minimum yönteminin formülasyonu sunulmuştur.

Literatürde L_2 norm minimizasyon yöntemi olarak bilinen EKKY düzeltmelerin karelerinin toplamının minimum yapıldığı bir yöntemdir. Ölçülerde

kaba hata yapılması durumunda EKKY' ne ait bütün olumlu özellikler kaybolmaktadır. Bu durumda kaba hatalı ölçülerin robust tekniklerle belirlenmesi ve elemine edilmesi ve bundan sonra EKKY ile dengelemenin uygulanması gerekmektedir. Bu noktada kullanılan robust tekniklerden biri de ağırlıklı düzeltmelerin L_1 normunun minimizasyonudur:

$$P^T |v| = \sum_{i=1}^n p_i |v_i| \rightarrow \min. \quad (2.44)$$

Ağırlıklı düzeltmelerin toplamının minimum yapıldığı L_1 norm dengelemesi EKKY gibi kayıksız bir kestirim sağlar fakat EKKY' nin minimum varyans ve maksimum olasılık gibi avantajlarını sağlamaz. L_1 dengelemesinin avantajı uyuşumsuz ölçülere karşı robust olmasıdır (Seemkooei 2003).

2.9.1. L_1 Norm yönteminin formülasyonu

Klasik Gauss-Markov modelinde, lineer veya lineer hale getirilmiş bir parametrik dengeleme için bilinmeyenler aşağıda verilen fonksiyonel ve stokastik modellere dayalı olarak belirlenir:

$$l + v = Ax \quad (2.45)$$

$$D^T x = 0 \quad (2.46)$$

$$P = Q_l^{-1} = \sigma_0^2 C_l^{-1} \quad (2.47)$$

Lineer programlama çözümü ile L_1 kestirim probleminin çözülmesi tüm değişkenlerin yani hem düzeltmelerin hem de parametrelerin negatif olmadığı bir matematiksel modelin formüle edilmesini gerektirir. Bunun için parametrik dengeleme için verilen denklemlerin gevşek (slack) değişkenler ekleyerek L_1 kestirim problemine dönüştürülmesi gerekir. Parametrik denklemleri parametrelerin ve düzeltmelerin negatif olmadığı bir forma dönüştürmek amacıyla parametreler için α ve β gevşek vektörleri, düzeltmeler içinse u ve w gevşek vektörleri kullanılır. Buna göre bilinmeyenler ve düzeltmeler:

$$\begin{aligned} v &= u - w, & u, w &\geq 0 \\ x &= \alpha - \beta, & \alpha, \beta &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.48)$$

vektörleri elde edilir. Gevşek değişkenler yardımıyla parametrik denklemler ve datum kısıtları ile (2.44) denklemindeki amaç fonksiyonu:

$$z = p^T |v| = p^T |u - w| = p^T (u + w) \rightarrow \min. \quad (2.49)$$

$$\begin{aligned} I + u - w &= A(\alpha - \beta) \\ D^T (\alpha - \beta) &= 0 \\ u, v, \alpha, \beta &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.50)$$

olarak yeniden yazılabilir. Diğer bir şekilde:

$$z = \begin{bmatrix} 0^T & 0^T & p^T & p^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ w \\ u \end{bmatrix} \rightarrow \min. \quad (2.51)$$

$$\begin{bmatrix} A & -A & I & -I \\ D^T & -D^T & Z & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \alpha, \beta, u, w \geq 0 \quad (2.52)$$

Z sıfır matrisidir.

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ w \\ u \end{bmatrix} = \underline{x}; \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ p \\ p \end{bmatrix} = \underline{c} \quad (2.53)$$

ve

$$\begin{bmatrix} A & -A & I & -I \\ D^T & -D^T & Z & Z \end{bmatrix} = \underline{A}; \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \underline{b} \quad (2.54)$$

olmak üzere;

$$z = \underline{c}^T \underline{x} \rightarrow \min. \quad (2.55)$$

$$\underline{Ax} = \underline{b}; \quad \underline{x} \geq 0 \quad (2.56)$$

Burada verilen ifadeler lineer programlama ile çözülebilen özel bir yöneylem araştırması problemidir. Simplex metodu bir lineer programlama probleminin sistematik olarak çözülmesi için tasarlanmış bir tekniktir. x vektörü çözülerek α, β, w ve u vektörleri elde edilir. Sonuç olarak ta bilinmeyenler vektörü x ve düzeltmeler vektörü v elde edilebilir. Bu işlemler lineer olmayan modeller için x çözüm vektörü sıfıra yakınsayınca kadar iteratif olarak yapılmalıdır (Seemkoei 2003).

2.10. BIBER Kestiricisi

BIBER (Bounded Influence By standardized Residuals) kestiricisi jeodezik ağların dengelenmesi için geliştirilen bir robust kestirim yöntemidir (Wicki 2001). BIBER kestiricisi Schweppe tipli bir maksimum olasılık kestiricisidir ve EKKY' ne benzer bir kayıp fonksiyonuna sahiptir. Uyuşumsuz ölçü olmadığı zaman bu kestirici EKKY ile özdeş sonuç vermektedir, aksi takdirde standartlaştırılmış düzeltmelerle uyumsuz ölçülerin etkisini sınırlandıran bir algoritmaya sahiptir. Bu kestirici aynı zamanda kaldıraç noktalarına karşı da etkilidir. Sınır değer bir düzeltmenin standart sapmasının c gibi bir sabitle çarpılmasıyla belirlenir.

Jeodezik ağlarda serbestlik derecesi normal olarak nispeten düşüktür. Kısmi redundans sayısı küçük olan bir ölçüde yapılan küçük bir kaba hatanın belirlenmesi zor ve bu ölçüdeki kaba hatanın kestirim sonuçları üzerinde büyük bir etkisi olabilir. Böyle bir gözlem kaldıraç noktası olarak adlandırılır.

BIBER kestiricisinde düzeltmelerin standart sapmaları σ_v diğer bir deyişle düzeltmelerin kalitesi göz önünde bulundurularak kestiricinin kaldıraç noktalarındaki kaba hatalara karşı daha duyarlı olması sağlanmaktadır. BIBER kestiricisinde ağır geometrik tasarımı yani kısmi redundans sayıları hesaba katılmaktadır.

Standartlaştırılmış düzeltmeler;

$$w_i = \frac{v_i}{\sigma_{v_i}} = \frac{v_i}{\sigma_0 \sqrt{r_i}} \quad (2.57)$$

olarak verilirse BIBER kestiricisinin etki fonksiyonu;

$$\Psi_c(w_i) = \begin{cases} w_i & |w_i| < c \\ \text{sign}(w_i)c & |w_i| \geq c \end{cases} \quad (2.58)$$

Bu durumda standartlaştırılmış düzeltmeleri $[-c < w_i < c]$ aralığı içindeki gözlemler sanki EKKY ile dengeleme yapılmış gibi ele alınacak bu aralığın dışındaki ölçülerin etkisi ise azaltılacaktır. Standartlaştırılmış düzeltmeler standart normal dağılımdadır. Sınır değer, $2.5 \leq c \leq 4$ aralığından bir değer olabilir.

Düzeltilmeler için değişken sınır değer;

$$k_i = c \sigma_{v_i} = c \sigma_0 \sqrt{r_i} \quad (2.59)$$

olarak verilirse BIBER kestiricisi için etki fonksiyonu;

$$\Psi_{k_i}(v_i) = \begin{cases} v_i & |v_i| < k_i \\ \text{sign}(v_i)k_i & |v_i| \geq k_i \end{cases} \quad (2.60)$$

Buna göre BIBER kestiricinde her bir gözlem için k_i sınır değeri kısmi redundans sayılarının bir fonksiyonu olarak elde edilir. Kısmi redundans sayıları küçük kaldıraç noktaları için küçük sınır değerler elde edilir. Buda kestiricinin ayırım kapasitesini artırır.

2.10.1. BIBER kestiricisinde işlem adımları

Gözlemlerin standartlaştırılmış düzeltmeleri $[-\infty < w_i \leq -c]$, $[-c < w_i < c]$ ve $[c \leq w_i < \infty]$ olmak üzere 3 aralıktan birine düşer. Ancak düzeltmeler birbirleriyle korelasyonlu olduğu için iteratif bir çözüm yolu uygulanır. Gizleme ve batma etkisi nedeniyle standartlaştırılmış düzeltmeler yanlış bir aralığa düşebilir. BIBER kestiricisindeki işlem adımları;

1.adım: EKKY' ne göre dengeleme

Dengelemeden önce gözlemlerin tutarsız olup olmadığı ve bilinmediği ve gözlemlerin sadece küçük bir kısmının kaba hata taşıdığı varsayıldığı için tüm gözlemlerin $[-c_i < w_i < c]$ aralığında olduğu kabul edilerek EKKY ile dengeleme yapılır.

2.adım: En büyük w_i değerli gözlemin seçilmesi

$|w_i| \geq c$ olan bir gözlemin gerçekte bir kaba hata içerip içermediği açık bir şekilde bilinemez. Genelde w_i değeri en büyük olan ölçü hatalıdır.

3.adım: Bilinmeyen parametrelerin ve düzeltmelerin hesaplanması

Bilinmeyen parametreler ve düzeltmeler 2. adımda seçilen ölçünün etkisi azaltılarak belirlenir. Seçilen ölçünün etkisi bu ölçünün ağırlığının değiştirilmesiyle azaltılabilir. Bu durumda gözlemlerin ağırlıkları iteratif olarak yeniden belirlenmektedir. Robust dengelemenin fonksiyonel modeli EKKY' inde olduğu gibidir. Standartlaştırılmış düzeltmesi maksimum olan ölçü seçildikten sonra kurgusal ağırlık;

$$p_i^* = \frac{k_i}{|v_i|} \quad (2.61)$$

olarak bulunur. Kurgusal ağırlığın ağırlık matrisi ile entegre edilmesiyle P^* matrisi elde edilir. Bilinmeyen parametreler ve düzeltmeler:

$$\bar{x}_{\text{ROB}} = (A^T P^* A)^{-1} A^T P^* l \quad (2.62)$$

$$\bar{v}_{\text{TOT}} = A \bar{x}_{\text{ROB}} - l = -Q_{vv}^* P^* l \quad (2.63)$$

$$\bar{v}_{\text{ROB}} = P^* \bar{v}_{\text{TOT}} \quad (2.64)$$

\bar{x}_{ROB} vektörü bilinmeyen parametrelerin robust kestirimlerini içerir. \bar{v}_{TOT}

vektörü gözlemlerin gerçek düzeltmelerini içerir. \bar{v}_{ROB} vektörü, $|v_i| < k_i$ olan gözlemler için v_i değerlerini yani klasik anlamda ölçülen değerle kestirilen değer arasındaki farkı, $|v_i| \geq k$ olan gözlemler içinse k_i sınır değerleri içerir.

Tüm prosedür bütün düzeltmeler $[-k_i \leq v_{i\text{ROB}} \leq k_i]$ aralığında oluncaya kadar tekrarlanır.

2.11. Korelasyonlu Ölçüler için Robust Yöntemler

Jeodezide korelasyonlu ölçülerle sıkça karşılaşılmasına rağmen bunlarla ilgili olarak geliştirilen az sayıda robust yöntem vardır. Simetrik ve pozitif tanımlı bir varyans-kovaryans matrisi söz konusu olduğu zaman Cholesky çarpanlara ayırma yöntemi ile ağırlık matrisi diagonal hale getirilebilir (Strang ve Borre 1997). Korelasyonlu ölçülerden korelasyonsuz ölçülere bu tür bir transformasyon uyumsuz ölçü belirlemede ve robust kestirimde hatalara neden olabileceğinden korelasyonlu ölçülerle doğrudan ilgilenen robust yöntemler üzerinde durulmaktadır. Ölçülerin korelasyonlu olması durumunda **IGGIII yöntemi, kovaryans elemanlarının bifaktör arttırma modeli ve ağırlık elemanlarının bifaktör indirgeme yöntemi** kullanılabilir. GPS ile rölatif konum belirlemede baz bileşenleri korelasyonludur. Bu nedenle taşıyıcı faz ölçülerinin EKKY ile dengelenmesinin bir ürünü olarak her bir baz için 3 x 3'lük varyans – kovaryans matrisi elde edilir. Bu matrislerden de ağırlık matrisi oluşturulur. Yalnızca baz bileşenleri arasındaki korelasyon dikkate alındığı zaman GPS ağı için oluşturulacak ağırlık matrisi blok diagonal yapıdadır. Her bir baz için ağırlık matrisi diagonal de yer alır. İki den fazla alıcı kullanıldığı zaman, eş zamanlı ölçülen bazlar için ağırlık matrisinin diagonal olmayan elemanlarında 3 x 3'lük matrisler oluşturulur. Yani bu durumda bazlar arasındaki korelasyonda dikkate alınmaktadır.

Korelasyonlu ölçülerin robust kestirim yöntemleri ile dengelenmesi için kullanılan yöntemler IGGIII yöntemi, kovaryans elemanlarının bifaktör arttırma modeli ve ağırlık elemanlarının bifaktör azaltma modelidir (Yang ve ark. 2002).

2.11.1. IGGIII yöntemi

Bir ölçü kümesindeki i ölçüsü için hata denklemi; a_i , A katsayılar matrisinin i . satırı olmak üzere aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$v_i = a_i X - L_i \quad (2.65)$$

Robust M kestirimi prensibi ve ölçü vektörünün önsel ağırlık elemanları göz önünde bulundurulursa X bilinmeyenler vektörünün M kestirimi için aşağıdaki denklem yazılabilir:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i^T p_{ij} \psi(v_i, v_j) = 0 \quad (2.66)$$

Azalan ve sürekli bir fonksiyon olan etki fonksiyonu ψ , minimumu (veya maksimumu) aranan bir amaç fonksiyonundan türetilir. Burada genellikle konveks bir fonksiyon söz konusudur. p_{ij} ağırlık matrisinin elemanıdır. Burada verilen lineer olmayan denklemin lineer hale getirilmesi için etki fonksiyonunun eşdeğeri:

$$\psi(v_i, v_j) = (\psi(v_i, v_j) / v_j) v_j \quad (2.67)$$

ağırlık fonksiyonu;

$$w_j = \psi(v_i, v_j) / v_j \quad (2.68)$$

eş değer ağırlık elemanları:

$$\bar{p}_{ij} = p_{ij} w_j \quad (2.69)$$

ile robust kestiricisi için

$$A^T \bar{P} V = 0 \quad (2.70)$$

yazılır. Eşdeğer ağırlık elemanları aşağıdaki gibi verilebilir:

$$w_j = \begin{cases} 1 & |\tilde{v}_j| \leq k_0 \\ \frac{k_0}{|\tilde{v}_j|} & k_0 < |\tilde{v}_j| \leq k_1 \\ 0 & |\tilde{v}_j| > k_1 \end{cases} \quad (2.71)$$

Bu ifadeye göre standartlaştırılmış düzeltmeler \tilde{v}_j $k_0 = 2.0 \sim 3.0, k_1 = 4.5 \sim 8.5$ sabitleriyle karşılaştırılmaktadır. IGGIII yöntemiyle elde edilen eş değer ağırlık matrisi asimetriktir. Asimetri robustluğu etkilememekle birlikte özellikle hesap zorluğu ve bilgisayar veri depolama kapasitesi açısından istenmez, ayrıca oldukça karışık bir sonsal varyans ifadesine neden olur (Yang ve ark. 2002).

2.11.2. Kovaryans elemanlarının bifaktör arttırma modeli

Bir duyarlık kriteri olarak varyans-kovaryans matrisinin gözlemlerin doğruluğunu gerçekçi bir şekilde yansıtması gerekir. Duyarlığı yüksek, güvenilirliği iyi gözlemlerin varyansının küçük ağırlığının büyük tam tersi durumda ise varyansın büyük ağırlığın küçük olması istenir. Uyuşumsuz ölçülerin kovaryans elemanları düzgün bir şekilde arttırılarak etkileri azaltılabilir. Ancak bu değişim korelasyon katsayılarını etkilememelidir. L_i ve L_j ölçülerine ait varyanslar ve kovaryans sırasıyla σ_i, σ_j ve σ_{ij} olmak üzere korelasyon katsayısı,

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} \quad (2.72)$$

dir. Kovaryans elemanlarının bifaktör arttırma modelinde ölçülere ait eşdeğer varyans, eşdeğer kovaryans ve bunlardan yararlanarak oluşturulan eş değer varyans-kovaryans matrisi sırasıyla (2.73), (2.74), (2.75) ve (2.76) numaralı formüllerde verilmiştir:

$$\bar{\sigma}_i^2 = \lambda_{ii} \sigma_i^2 \quad (2.73)$$

$$\bar{\sigma}_j^2 = \lambda_{jj} \sigma_j^2 \quad (2.74)$$

$$\bar{\sigma}_{ij} = \lambda_{ij} \sigma_{ij} \quad (2.75)$$

$$\bar{\Sigma} = \begin{bmatrix} \bar{\sigma}_1^2 & \bar{\sigma}_{12} & \dots & \bar{\sigma}_{1n} \\ \bar{\sigma}_{21} & \bar{\sigma}_2^2 & \dots & \bar{\sigma}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \bar{\sigma}_{n1} & \bar{\sigma}_{n2} & \dots & \bar{\sigma}_n^2 \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

L_i ve L_j ölçüleri arasındaki korelasyon katsayısı,

$$\rho_{ij} = \frac{\bar{\sigma}_{ij}}{\bar{\sigma}_i \bar{\sigma}_j} \quad (2.77)$$

Huber'in etki fonksiyonuna göre bifaktör arttırma faktörleri aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$\lambda_{ii} = \begin{cases} 1 & |\tilde{v}_i| = \left| \frac{v_i}{\sigma_{vi}} \right| \leq c \\ \frac{|\tilde{v}_i|}{c} & |\tilde{v}_i| > c \end{cases} \quad (2.78)$$

Arttırma faktörlerinin elde edilmesinde Huber fonksiyonundan başka Hampel veya Andrews gibi başka fonksiyonlarda kullanılabilir. Standartlaştırılmış düzeltmelerin karşılaştırıldığı c sabiti 1.0~1.5 arasında bir değer alınabilir. λ_{jj} de benzer şekilde elde edilir. Eş değer kovaryansların elde edilmesinde ise

$$\lambda_{ij} = \sqrt{\lambda_{ii} \lambda_{jj}} \quad (2.79)$$

değeri kullanılır. Eşdeğer varyans ve kovaryanslara göre oluşturulan eşdeğer varyans- kovaryans matrisi ile bilinmeyenler, bilinmeyenlerin varyans-kovaryans matrisi ve birim ağırlığın varyansı sırasıyla aşağıda verilmiştir (Yang ve ark. 2002):

$$\hat{X} = (A^T \bar{\Sigma}^{-1} A)^{-1} A^T \bar{\Sigma}^{-1} L \quad (2.80)$$

$$\Sigma_{\hat{X}} = (A^T \bar{\Sigma}^{-1} A)^{-1} \hat{\sigma}_0^2 \quad (2.81)$$

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T \bar{\Sigma}^{-1} V}{n-r} \quad (2.82)$$

2.11.3. Ağırlık elemanlarının bifaktör indirgeme modeli

Varyans-kovaryans matrisi ve ağırlık matrisi duyarlık kriteri olarak ölçülerin doğruluklarını güvenilir bir şekilde yansıtmalıdır. Kaba hata ile kirletilen bir ölçünün varyansı arttırılmalı dolayısıyla ağırlığı azaltılmalıdır. Ancak bu ağırlık azaltma işlemi nedeniyle orijinal korelasyon katsayılarının değişmemesi gerekir.

n ölçü sayısı ve u bilinmeyen sayısı ve Δ , $(n \times 1)$ boyutlu hata vektörü olmak üzere gözlem denklemi,

$$L = AX + \Delta \quad (2.83)$$

ve düzeltmeler,

$$V = A\hat{X} - L \quad (2.84)$$

i . ölçünün düzeltilmesi ise a_i A matrisinin i . satır vektörü, v_i ve L_i sırasıyla V ve L vektörünün i . elemanı olmak üzere

$$v_i = a_i \hat{X} - L_i \quad (2.85)$$

Ölçü vektörünün öncül ağırlık elemanlarını ve robust M kestirim prensibini göz önünde bulundurarak

$$\Omega = V^T \bar{P} V = \min. \quad (2.86)$$

koşulu altında bilinmeyen parametrelerin M kestiricisi tanımlanır. \bar{P} eşdeğer ağırlık matrisidir. Ölçülerin eşdeğer ağırlık matrisinin simetrik olması ve orijinal korelasyon katsayılarının değişmemesi için eş değer ağırlık elemanları

$$\bar{P}_{ij} = \gamma_{ij} P_{ij} \quad (2.87)$$

$$\gamma_{ij} = \sqrt{\gamma_{ii} \gamma_{jj}} \quad (2.88)$$

şeklinde verilir. γ_{ii} ve γ_{jj} ağırlık elemanlarının indirgeme faktörleridir.

Ağırlık elemanlarının indirgeme faktörü aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$\gamma_{ii} = \begin{cases} 1 & |\tilde{v}_i| \leq k_0 \\ \frac{k_0}{|\tilde{v}_i|} & k_0 < |\tilde{v}_i| \leq k_1 \\ 0 & |\tilde{v}_i| > k_1 \end{cases} \quad (2.89)$$

Burada, \tilde{v}_i standartlaştırılmış düzeltmeler, k_0 ve k_1 sırasıyla 2.0-3.0 ve 4.5-8.5 arasında seçilen sabitlerdir.

Ölçülerin ağırlık matrisinin tüm ağırlık elemanları için iki indirgeme faktörü kullanılarak eşdeğer ağırlık matrisi

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} \gamma_{11}P_{11} & \gamma_{12}P_{12} & \cdots & \gamma_{1n}P_{1n} \\ \gamma_{21}P_{21} & \gamma_{22}P_{22} & \cdots & \gamma_{2n}P_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma_{n1}P_{n1} & \gamma_{n2}P_{n2} & \cdots & \gamma_{nn}P_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.90)$$

$A^T \bar{P} V = 0$ olmak üzere yeni robust kestirici

$$\hat{X} = (A^T \bar{P} A)^{-1} A^T \bar{P} L \quad (2.91)$$

Sonsal varyans-kovaryans matrisi ve sonsal varyans ise

$$\Sigma_{\hat{X}} = (A^T \bar{P} A)^{-1} \hat{\sigma}_0^2 \quad (2.92)$$

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T \bar{P} V}{n - u} \quad (2.93)$$

dir.

Ağırlık elemanlarının bifaktör indirgeme modeline dayalı robust kestiricinin özellikleri

1) γ_{ii} ve γ_{jj} sürekli azalan faktörlerdir, yani ölçü hatalarının mutlak değerleri arttıkça \bar{p}_{ij} ve \bar{p}_{ji} ve aynı zamanda \bar{p}_{ii} ve \bar{p}_{jj} nin mutlak değerleri azalır. Böylece L_i ve L_j nin hataları eşdeğer ağırlık elemanları ile kontrol edilir.

2) (2.89) numaralı formüldeki γ_{ii} , 3 parçalı bir fonksiyondur. L_i ölçüsü normal bir ölçü olduğu zaman $\gamma_{ii} = 1$, uyuşumsuz olduğu zaman $\gamma_{ii} = 0$ dir. Dolayısıyla bu ölçü

elemine edilir. L_t ölçüsü k_0 ve k_1 aralığına düştüğü zaman ise γ_{ii} ve aynı şekilde γ_{jj} sürekli azalan faktörlerdir.

3) (2.90) numaralı formülle belirlenen eşdeğer ağırlık matrisi simetrik ve ölçülerin orijinal korelasyon katsayılarını değişmeden koruyan bir matrisdir. Bu matris sayesinde kolay bir robust kestirici hesabı ve (2.92) numaralı formüle göre oldukça basit bir sonsal varyans-kovaryans matrisi ifadesi elde edilir (Yang ve ark. 2002).

3. JEODEZİK AĞLARIN ROBUSTLUK ANALİZİ

3.1. Robustluk Analizine Genel Bir Bakış

Jeodezik ağlar tasarlanıp tesis edildikten sonra gerekli ölçüler yapılır ve nokta koordinatları EKKY ile tahmin edilir. Elde edilen sonuçların kalitesi rasgele hatalar açısından koordinat bilinmeyenlerinin varyans-kovaryans matrisi ile değerlendirilirken kaba hatalar için Baarda tarafından önerilen güvenilirlik analizi yapılır. Güvenirlik analizi ile ağdaki her bir ölçü için Baarda testi ile belirlenebilir minimum kaba hata sınır değeri (belirlemeyen maksimum hatalar) ile belirlenemeyen kaba hataların parametrelerin kestirimleri üzerindeki maksimum etkileri tahmin edilebilir. Yani güvenilirlik analizi ile ağın belirlenemeyen kaba hatalara karşı robust olup olmadığı sorusuna cevap verilemez. Bu nedenle robustluk analizi adı verilen bir yöntemde Baarda'nın güvenilirlik analiziyle gerilme tekniğini kullanan geometrik direnç analizi birleştirilmektedir. Bir veya daha fazla kaba hatalı ölçü olması durumunda EKKY ile elde edilen bütün sonuçlar bozulmaktadır. Bu nedenle kaba hatalı ölçülerin belirlenmesi ve elemine edilmesi gerekir. Genellikle bu ölçüler yinelenir ve ağ tekrar dengelenir. Uyuşumsuz ölçüleri belirlemek için Baarda'nın istatistik test metodu (global test + data snooping) yaygın olarak kullanılır. Ancak iki nedenden dolayı Baarda testi uyumsuz ölçüleri her zaman başarılı bir şekilde belirleyemeyebilir. Bu nedenler: i) ölçünün kısmi redundans sayısı küçüktür, yani ölçü diğer ölçüler tarafından yeterince kontrol edilmeyordur ii) testin gücü kaba hatayı ortaya çıkarmaya yetmeyebilir, yani test kaba hatayı görmeyebilir. Baarda tarafından verilen iç güvenilirlik ölçütüne göre ölçüler için *maksimum belirlenemeyen hata vektörü* Δl 'in i . elemanı (2.1) formülü ile hesaplanır.

Burada $\sqrt{\lambda_0}$ dış merkezlik parametresi, σ_{l_i} i . ölçünün standart sapması, r_i ise i . ölçünün kısmi redundans sayısıdır. 0 ve 1 arasında değişen kısmi redundans sayıları ölçülerin kontrol edilebilirliği ile ilgili bilgiler içerir. Ölçülerdeki maksimum belirlenemeyen hatalar nedeniyle oluşan ΔX ötelemeleri,

$$\Delta X = (A^T P A)^{-1} A^T P \Delta l \quad (3.1)$$

şeklinde tahmin edilir.

Dış merkezlik parametresi $\sqrt{\lambda_0}$ hipotez testlerindeki 1. ve 2. tip hataların olasılıklarının fonksiyonu olarak belirlenir. Bu olasılıklar sırasıyla α ve β 'dir. Bu tezde α ve β olasılıkları için 0.05 değerleri kullanılmıştır.

Bir jeodezik ağda iç güvenilirlik analizi ile elde edilen belirlenemeyen maksimum kaba hatalar ağı zorlar. Bunun neticesinde ağda zorlanmalar oluşur. Belirlenemeyen kaba hatalar stres (zor, zorlama) olarak ele alınırsa ağın geometrisi ve ölçülerinin doğruluğuna (standart sapmalar) göre buna bir cevabı olur. Diğer bir deyişle ağ noktalarında potansiyel deformasyonlar oluşur. Potansiyel ağ deformasyonu sırasıyla ölçekte, yönlendirmede ve konfigürasyonda robustluğu ifade eden üç adet bağımsız ölçütle tanımlanır. Bu ölçütlere robustluk ölçütleri (deformasyon ölçütleri) adı verilir. Bu deformasyonlar gerilme analizinden elde edilebilir. Bir ağın robustluğunu ölçmek için ağdaki her bir noktanın deformasyon derecesi gerilmeye ölçülür. Robustluk analizi Baarda'nın geleneksel güvenilirlik analizinin gerilme tekniğiyle birleştirilmesi olarak ta tanımlanabilir. Stres karşısında ağ, geometrisi ve ölçülerin doğruluğuna göre (standart sapma) gerilecektir. Ağdaki her bir noktanın deformasyonu bu gerilmeye tanımlanır. Maksimum belirlenemeyen hatalar nedeniyle ağ noktalarında oluşan ötelemeleri hesaplayabilmek için başlangıç koşulları belirlenmelidir. Ayrıca ağın robustluğunu değerlendirmek için ağ noktaları için belirlediğimiz ötelemeleri karşılaştıracağımız eşik değerlere ihtiyaç duyulur. Eğer bütün ağ noktalarının ötelemesi sınır değerlerden iyi ise ağ robusttur. Aksi takdirde yani bazı ağ noktalarının ötelemeleri sınır değerlerden kötü ise ağ zayıftır. Bu nedenle ağın konfigürasyonu değiştirilerek ve/veya ölçüler iyileştirilerek robustluk açısından yeterli bir ağ elde edilebilir (Berber 2006).

Robustluk analizi iki şekilde ele alınabilir. Birincisinde eğer bir grup nokta için (ilgilenilen nokta ve bu noktaya gözlemlerle bağlı olan noktalar) öteleme alanı tanımlanabiliyorsa konumun fonksiyonu olan bu öteleme alanının gradyanı hesaplanarak ilgilenilen noktanın gerilme matrisi oluşturulabilir. Bu matristen elde edilen deformasyon ölçütlerin ağın bu noktadaki robustluğunu ifade eder. Ağdaki her bir ölçü için hesaplanan iç güvenilirlik değerleri ile ayrı ayrı dış güvenilirlik

ölçütleri hesaplanabileceğinden her bir noktada ölçü sayısı kadar deformasyon ölçütü elde edilir. Bunların mutlak değerce maksimum olanları robustluk ölçütleri olarak kalır. Burada yapılan öteleme alanından gerilme alanına geçmektir. Eğer ağ noktalarında belirlenemeyen kaba hatalar nedeniyle oluşan ötelemeler hesaplanmak isteniyorsa bu durumda gerilme alanından öteleme alanına geçilmelidir. Bunun için başlangıç koşulları hesaplanır. Elde edilen ötelemeler eşik değerlerle karşılaştırılarak ağın robust olup olmadığına karar verilir.

3.2. 3-D Ağların Robustluk Analizi

P_i noktasının öteleme vektörü,

$$\Delta x_i = \begin{bmatrix} \Delta x_i \\ \Delta y_i \\ \Delta z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

olsun. Burada u_i, v_i ve w_i sırasıyla x, y ve z yönündeki ötelemelerdir. Buna göre deformasyon matrisi (zorlanma matrisi, gerilme matrisi);

$$E_i = grad(\Delta x_i) \quad (3.3)$$

$$E_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_i}{\partial x} & \frac{\partial u_i}{\partial y} & \frac{\partial u_i}{\partial z} \\ \frac{\partial v_i}{\partial x} & \frac{\partial v_i}{\partial y} & \frac{\partial v_i}{\partial z} \\ \frac{\partial w_i}{\partial x} & \frac{\partial w_i}{\partial y} & \frac{\partial w_i}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Deformasyon matrisinden türetilen skaler deformasyon parametreleri;

- Dilatasyon (Ortalama gerilme)

$$\sigma_i = \frac{1}{3} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{\partial v_i}{\partial y} + \frac{\partial w_i}{\partial z} \right) \quad (3.5)$$

- Saf Kesme

$$\tau_{xy_i} = -\tau_{yx_i} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} - \frac{\partial v_i}{\partial y} \right) \quad (3.6)$$

$$\tau_{xz_i} = -\tau_{zx_i} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} - \frac{\partial w_i}{\partial z} \right) \quad (3.7)$$

$$\tau_{yz_i} = -\tau_{zy_i} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial y} - \frac{\partial w_i}{\partial z} \right) \quad (3.8)$$

- Basit Kesme

$$v_{xy_i} = -v_{yx_i} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial z} + \frac{\partial v_i}{\partial x} \right) \quad (3.9)$$

$$v_{xz_i} = -v_{zx_i} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial z} + \frac{\partial w_i}{\partial x} \right) \quad (3.10)$$

$$v_{yz_i} = -v_{zy_i} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial z} + \frac{\partial w_i}{\partial y} \right) \quad (3.11)$$

- Toplam kesme

$$\gamma_{xy_i} = \sqrt{\tau_{xy_i}^2 + v_{xy_i}^2} \quad (3.12)$$

$$\gamma_{xz_i} = \sqrt{\tau_{xz_i}^2 + v_{xz_i}^2} \quad (3.13)$$

$$\gamma_{yz_i} = \sqrt{\tau_{yz_i}^2 + v_{yz_i}^2} \quad (3.14)$$

- Diferansiyel Dönme

$$\omega_{xy_i} = -\omega_{yx_i} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial y} - \frac{\partial v_i}{\partial x} \right) \quad (3.15)$$

$$\omega_{xz_i} = -\omega_{zx_i} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial z} - \frac{\partial w_i}{\partial x} \right) \quad (3.16)$$

$$\omega_{yz_i} = -\omega_{zy_i} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial z} - \frac{\partial w_i}{\partial y} \right) \quad (3.17)$$

Robustluk ölçütlerinden dilatasyon bir noktadaki küçülme veya büyümeyi tanımlar. Yani ölçekteki deformasyon olarak ele alınabilir. Toplam kesme konfigürasyondaki yani şekildeki deformasyonu, diferansiyel dönme ise yöneltmedeki deformasyonu ifade eder (Berber 2006).

3.3. Deformasyon Matrisinin Elde Edilmesi

P_i noktası ile ona bitişik (ağdaki tüm noktalar, ilgili noktaya ölçüyle bağlı noktalar veya belli bir çap içerisinde kalan noktalar) $P_j, (j = 1, 2, \dots, t)$ noktalarını ele alalım. $(t + 1)$ kadar noktanın öteleme alanı iki düzlem denklemle yaklaşık olarak

$$u_i = a_i 1 + \frac{\partial u_i}{\partial x} \Delta X_i + \frac{\partial u_i}{\partial y} \Delta Y_i + \frac{\partial u_i}{\partial z} \Delta Z_i \quad (3.18)$$

$$v_i = b_i 1 + \frac{\partial v_i}{\partial x} \Delta X_i + \frac{\partial v_i}{\partial y} \Delta Y_i + \frac{\partial v_i}{\partial z} \Delta Z_i \quad (3.19)$$

$$w_i = c_i 1 + \frac{\partial w_i}{\partial x} \Delta X_i + \frac{\partial w_i}{\partial y} \Delta Y_i + \frac{\partial w_i}{\partial z} \Delta Z_i \quad (3.20)$$

şeklinde verilebilir. Burada a_i, b_i ve c_i mutlak terimler, u_i, v_i ve w_i $(t + 1)$ noktalarının öteleme bileşenlerinden oluşan vektörler, 1, elemanları bire eşit olan sütun vektörü, $\Delta X_i, \Delta Y_i$ ve ΔZ_i ise P_i noktasına göre koordinat bileşenlerinden oluşan vektörlerdir. (3.18), (3.19) ve (3.20) numaralı denklemlerdeki bilinmeyenler olan kısmi türevler ve mutlak terimler, EKKY ile çözümlürse;

$$\begin{bmatrix} a_i \\ \partial u_i / \partial x \\ \partial u_i / \partial y \\ \partial u_i / \partial z \end{bmatrix} = (\mathbf{K}_i^T \mathbf{K}_i)^{-1} \mathbf{K}_i^T u_i \quad (3.21)$$

$$\begin{bmatrix} b_i \\ \partial v_i / \partial x \\ \partial v_i / \partial y \\ \partial v_i / \partial z \end{bmatrix} = (\mathbf{K}_i^T \mathbf{K}_i)^{-1} \mathbf{K}_i^T v_i \quad (3.22)$$

$$\begin{bmatrix} c_i \\ \partial w_i / \partial x \\ \partial w_i / \partial y \\ \partial w_i / \partial z \end{bmatrix} = (\mathbf{K}_i^T \mathbf{K}_i)^{-1} \mathbf{K}_i^T w_i \quad (3.23)$$

(3.21), (3.22) ve (3.23) denklemlerinde $K_i = [1 \ \Delta X_i \ \Delta Y_i \ \Delta Z_i]$, $(t+1) \times 4$ boyutlu bir matristir. Amacımız (3.21), (3.22) ve (3.23) denklemlerindeki kısmi türevleri bulmak olduğu için deformasyon matrisi

$$E_i = \begin{bmatrix} \partial u_i / \partial x \\ \partial u_i / \partial y \\ \partial u_i / \partial z \\ \partial v_i / \partial x \\ \partial v_i / \partial y \\ \partial v_i / \partial z \\ \partial w_i / \partial x \\ \partial w_i / \partial y \\ \partial w_i / \partial z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_i & & \\ & Q_i & \\ & & Q_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Q_i , $(K_i^T K_i)^{-1} K_i^T$ matrisinin ilk satırının silinmesiyle oluşturulur.

Ağda n tane nokta ve m tane ölçü olsun. Baarda'nın iç güvenilirlik ölçütüne Δl göre tüm ağdaki ötelemeler,

$$\Delta X = (N)^{-1} A^T P \Delta l \quad (3.25)$$

ile elde edilir. A tasarım matrisidir. P ağırlık matrisi ve $N = (A^T P A)$ 'dir. (3.24) numaralı eşitliğin sağ tarafındaki ötelemeler sütun vektörü ΔX ile değiştirilirse yeni bir T_i matrisi oluşturulur. Bu matris (3.24) numaralı eşitlikteki diagonal matrisin tüm ağı kapsayacak şekilde uygun bir genişletilmesiyle oluşturulur. Bu nedenle deformasyon vektörü

$$E_i = \begin{bmatrix} \partial u_i / \partial x \\ \partial u_i / \partial y \\ \partial u_i / \partial z \\ \partial v_i / \partial x \\ \partial v_i / \partial y \\ \partial v_i / \partial z \\ \partial w_i / \partial x \\ \partial w_i / \partial y \\ \partial w_i / \partial z \end{bmatrix} = T_i \Delta X = T_i N^{-1} A^T \Delta l \quad (3.26)$$

şeklinde elde edilir.

k ölçüsünün standart sapması σ_k ve kısmi redundans sayısı r_k olsun. k ölçüsündeki belirlenemeyen kaba hata nedeniyle p_i noktasında oluşacak deformasyon matrisi bileşenleri (3.26) denklemindeki Δl 'in n boyutlu kaba hata vektörü ile değiştirilmesiyle elde edilir. Yani,

$$E_i = \begin{bmatrix} \partial u_i / \partial x \\ \partial u_i / \partial y \\ \partial u_i / \partial z \\ \partial v_i / \partial x \\ \partial v_i / \partial y \\ \partial v_i / \partial z \\ \partial w_i / \partial x \\ \partial w_i / \partial y \\ \partial w_i / \partial z \end{bmatrix} = T_i N^{-1} A^T P \nabla_k = W_i \nabla_k = w_k \nabla_{ok} \quad (3.27)$$

Burada w_k , W_i 'nin k . sütun vektörü, $\nabla_k = [0 \dots \nabla_{ok} \ 0 \dots]$, n boyutlu kaba hata vektörüdür. k ölçüsü için belirlenemeyen marjinal kaba hata $\nabla_{ok} = \sigma_k \delta_0 / \sqrt{r_k}$ şeklinde elde edilebilir. δ_0 dış merkezlik parametresi, α ve β olasılıklarının bir fonksiyonudur. Ağdaki her bir ölçünün belirlenemeyen marjinal kaba hatası ağda deformasyona yol açar. n tane ölçü varsa her bir nokta için n tane deformasyon matrisi dolayısıyla $3n$ tane deformasyon ölçütü elde edilir. Bunların mutlak değerce maksimumları o nokta için robustluk ölçütleridir (Hsu ve Li 2004; Berber 2006).

3.4. Ötelemelerin Hesaplanması

Robustluk analizinde maksimum belirlenemeyen hatalar nedeniyle oluşan deformasyon gerilme analiziyle tahmin edilir. Diğer bir deyişle öteleme alanından gerilme alanına geçilmektedir. Öte yandan, robustluk ölçütleri için bir takım sınır değerlerin araştırılması gerekir. Maksimum belirlenemeyen hatalar nedeniyle ne kadar öteleme oluştuğunu ve ağın kabul edilip edilemeyeceğini belirlemek için

öteleme alanından gerilme alanına geçilir. Ağ için sınır değerleri hesaplayabilmek için ilk olarak başlangıç koşulları belirlenmelidir. Daha sonra robustluk ölçütleri için sınır değerler hesaplanabilir. Bu bölümün konusu “ötelemeler nasıl hesaplanabilir” sorusuna cevap vermektir. 3-D bir ağ için,

$$\begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_i}{\partial x} & \frac{\partial u_i}{\partial y} & \frac{\partial u_i}{\partial z} \\ \frac{\partial v_i}{\partial x} & \frac{\partial v_i}{\partial y} & \frac{\partial v_i}{\partial z} \\ \frac{\partial w_i}{\partial x} & \frac{\partial w_i}{\partial y} & \frac{\partial w_i}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_i - X_0 \\ Y_i - Y_0 \\ Z_i - Z_0 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

yazılabilir. X_i, Y_i, Z_i p_i noktasının koordinatlarıdır. X_0, Y_0 ve Z_0 ise başlangıç koşullarıdır.

(3.28) denklemi 1. derece diferansiyel denklem sistemidir. Ağdaki bütün noktaların öteleme vektörlerinin normunun minimum yapılması koşulu altında başlangıç koşulları elde edilir. Başlangıç koşulları bize ağın deformasyona uğramadan önceki yeri hakkında bilgi verir. Ağdaki her bir nokta için ötelemeler hesaplandıktan sonra 3-D’ de her bir nokta için toplam öteleme;

$$d_i = \sqrt{u_i^2 + v_i^2 + w_i^2} \quad (3.29)$$

şeklinde hesaplanabilir (Berber 2006).

3.5. Başlangıç Koşullarının Belirlenmesi

Ağdaki her bir noktanın u, v ve w ötelemelerini hesaplamak için ihtiyaç duyulan

başlangıç koşulları, 3-D ağlar için,

$$\min_{(X_0, Y_0, Z_0 \in \mathbb{R})} \sum_{i=1}^n (u_i^2 + v_i^2 + w_i^2) \quad (3.30)$$

koşulu altında aşağıdaki gibi belirlenebilir:

$$\begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

Burada

$$a_1 = \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_i}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_i}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (3.32)$$

$$b_1 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} \frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x} \frac{\partial v_i}{\partial y} + \frac{\partial w_i}{\partial x} \frac{\partial w_i}{\partial y} \right) \quad (3.33)$$

$$c_1 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} \frac{\partial u_i}{\partial z} + \frac{\partial v_i}{\partial x} \frac{\partial v_i}{\partial z} + \frac{\partial w_i}{\partial x} \frac{\partial w_i}{\partial z} \right) \quad (3.34)$$

$$d_1 = \sum_{i=1}^n \left[\begin{aligned} & \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} \frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{\partial v_i}{\partial x} \frac{\partial v_i}{\partial x} + \frac{\partial w_i}{\partial x} \frac{\partial w_i}{\partial x} \right) X_i + \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} \frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x} \frac{\partial v_i}{\partial y} + \frac{\partial w_i}{\partial x} \frac{\partial w_i}{\partial y} \right) Y_i \\ & + \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} \frac{\partial u_i}{\partial z} + \frac{\partial v_i}{\partial x} \frac{\partial v_i}{\partial z} + \frac{\partial w_i}{\partial x} \frac{\partial w_i}{\partial z} \right) Z_i \end{aligned} \right] \quad (3.35)$$

Benzer şekilde

$$a_2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial u_i}{\partial y} \frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{\partial v_i}{\partial y} \frac{\partial v_i}{\partial x} + \frac{\partial w_i}{\partial y} \frac{\partial w_i}{\partial x} \right) \quad (3.36)$$

$$b_2 = \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_i}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_i}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (3.37)$$

$$c_2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial u_i}{\partial y} \frac{\partial u_i}{\partial z} + \frac{\partial v_i}{\partial y} \frac{\partial v_i}{\partial z} + \frac{\partial w_i}{\partial y} \frac{\partial w_i}{\partial z} \right) \quad (3.38)$$

$$d_2 = \sum_{i=1}^n \left[\begin{aligned} & \left(\frac{\partial u_i}{\partial y} \frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{\partial v_i}{\partial y} \frac{\partial v_i}{\partial x} + \frac{\partial w_i}{\partial y} \frac{\partial w_i}{\partial x} \right) X_i + \left(\frac{\partial u_i}{\partial y} \frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial y} \frac{\partial v_i}{\partial y} + \frac{\partial w_i}{\partial y} \frac{\partial w_i}{\partial y} \right) Y_i \\ & + \left(\frac{\partial u_i}{\partial y} \frac{\partial u_i}{\partial z} + \frac{\partial v_i}{\partial y} \frac{\partial v_i}{\partial z} + \frac{\partial w_i}{\partial y} \frac{\partial w_i}{\partial z} \right) Z_i \end{aligned} \right] \quad (3.39)$$

Benzer şekilde

$$a_3 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial u_i}{\partial z} \frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{\partial v_i}{\partial z} \frac{\partial v_i}{\partial x} + \frac{\partial w_i}{\partial z} \frac{\partial w_i}{\partial x} \right) \quad (3.40)$$

$$b_3 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial u_i}{\partial z} \frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial z} \frac{\partial v_i}{\partial y} + \frac{\partial w_i}{\partial z} \frac{\partial w_i}{\partial y} \right) \quad (3.41)$$

$$c_3 = \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_i}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_i}{\partial z} \right)^2 \right] \quad (3.42)$$

$$d_3 = \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial z} \frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{\partial v_i}{\partial z} \frac{\partial v_i}{\partial x} + \frac{\partial w_i}{\partial z} \frac{\partial w_i}{\partial x} \right) X_i + \left(\frac{\partial u_i}{\partial z} \frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial z} \frac{\partial v_i}{\partial y} + \frac{\partial w_i}{\partial z} \frac{\partial w_i}{\partial y} \right) Y_i + \left(\frac{\partial u_i}{\partial z} \frac{\partial u_i}{\partial z} + \frac{\partial v_i}{\partial z} \frac{\partial v_i}{\partial z} + \frac{\partial w_i}{\partial z} \frac{\partial w_i}{\partial z} \right) Z_i \right] \quad (3.43)$$

Başlangıç koşulları tüm ağ noktaları için öteleme vektörleri normları minimum yapılarak elde edilmektedir (Berber 2006).

3.6. 3-D Ağlar için Eşik Değerler

Robustluk analizinde ötelemeler elde edildikten sonra ağın belirlenemeyen kaba hatalara karşı robust olup olmadığını belirlemek için her bir nokta için belirlenen ötelemelerin karşılaştırıldığı eşik değerlere ihtiyaç duyulur. GPS ağlarında dengelenmiş ağ nokta koordinatlarının doğruluğunu belirlemek için güven elipsoidi kullanılabilir. Hata ve güven elipsoidlerinin eksen uzunluklarının hesaplanması 4. bölümde incelenecektir. A_G, B_G ve C_G elipsoidin sırasıyla x, y ve z yönündeki yarı eksen uzunlukları olmak üzere. 3-D ağlar için sınır değer

$$\delta_i = \sqrt{A_G^2 + B_G^2 + C_G^2} \quad (3.44)$$

ile hesaplanır. $\forall i = 1, 2, \dots, n: p_i : d_i < \delta_i$ ise ağ tercih edilen olasılık seviyesinde robusttur. Bazı noktalar için $d_i > \delta_i$ olursa ağ p_i noktasında robust değildir. Yani bazı ağ noktaları gerekli olasılık düzeyinde ihtiyaç duyulan robustluk derecesini karşılamaktadır

4. JEODEZİK AĞLARIN OPTİMİZASYONU

4.1. Giriş

Bir jeodezik ağın oluşturulmasında ilk adım ağın optimal tasarımıdır. Amaçlar doğrultusunda uygun bir ağ kurmak için, tesis ve ölçüler yapılmadan önce ağın duyarlık, güvenilirlik-direnç ve maliyet açısından kendinden beklenenleri karşılayacak şekilde tasarlanması gerekir. Deformasyon izleme ağlarının ise bu kriterlerden başka hassasiyet açısından da yeterli olmaları istenir. Sözgelimi ağ beklenen deformasyonları ortaya çıkarabilmelidir. Matematiksel olarak bir jeodezik ağın optimizasyonu ağın kalitesini ifade eden bir amaç fonksiyonunun maksimum veya minimum yapılmasıdır. Ağın kalitesi duyarlık, güvenilirlik-direnç, hassasiyet ve maliyet kriterleri ile ölçülür. Ağ optimizasyonu ile gereksiz ölçü yapılması önlenerek zamandan, maliyetten ve arazide harcanacak efordan tasarruf edilerek başlangıçta belirlenen istekleri karşılayan optimum ağ konfigürasyonu ve/veya optimum ölçü planı belirlenebilir. Ağın tasarımı aşamasında hangi ölçü aletlerinin seçileceği, ağın nasıl ölçüleceği, hangi ölçme tekniğinin kullanılacağı, hangi ölçülerin yapılacağı, noktaların tesis edileceği yerler ve yapılacak olan ölçülerin duyarlılıkları belirlenebilir.

Jeodezik ağların optimizasyon problemi Grafarend (1974) tarafından aşağıdaki gibi sınıflandırılmıştır:

- 0. derece tasarım : optimum datumun belirlenmesi
- 1. derece tasarım : ağ noktaları için optimum konum belirleme
- 2. derece tasarım : hangi ölçülerin hangi duyarlıkla yapılacağını belirlenmesi
- 3. derece tasarım : mevcut bir ağın iyileştirilmesi

1.ve 2. derece tasarım problemleri birleştirilerek kombine tasarım adında başka bir optimizasyon problemi de tanımlanabilir. Seemkooei ve Sharifi (2004)'de farklı tip jeodezik ölçülerin yapıldığı bir jeodezik ağda (sözgelimi kenar ve açı ölçülerinin yapıldığı bir deformasyon izleme ağında) farklı gözlem gruplarının eşit güvenilirlik ve eşit doğruluklu olması ve aynı zamanda ağın ortalama redundans sayısına göre

herhangi bir grup ölçününün daha fazla veya daha az güvenilir olmaması 2. derece optimizasyon ile ağı optimal tasarımı yapılarak sağlanmıştır.

Jeodezik ağların tasarımı aşamasında ağı duyarlık yönünden homojen olması istenebilir. Söz gelimi bütün güven elipslerinin/elipsoitlerinin homojen ve izotrop olması amaçlanabilir. Bu şekilde ağı bazı bölgelerinin diğer bölgelerine göre duyarlık yönünden daha zayıf kalması önlenmiş olur. Aynı şekilde ağı kaba hatalara karşı güvenilir olması da tasarım aşamasında amaçlanabilir. Güvenirlik açısından optimal hale getirilmiş bir ağda mümkün olduğunca küçük kaba hataların belirlenmesi ve belirlenemeyen kaba hatalarında kestirilen parametreler üzerindeki etkilerinin minimum olması sağlanabilir (Kuang 1996). Güvenirlik açısından optimal hale getirilmiş bir ağ robustluk açısından da iyileştirilmiş olmaktadır.

Jeodezik ağlar konusunda son yıllarda üzerinde en çok araştırma yapılan konulardan biri jeodezik ağların optimizasyonu konusu olmuştur. Bu noktada pek çok teorik ve pratik çalışma yapılmıştır. Jeodezik ağlarda optimizasyon probleminin temel bileşenleri; amaç fonksiyonu, optimizasyon değişkenleri ve çözüm yöntemleridir. Bir jeodezik ağ tasarlanırken başlangıçta bu üç bileşenin tanımlanması gerekir. Amaç fonksiyonu ağdan beklenen isteklere göre belirlenir. Bir ağ duyarlık yönünden optimize edilirken tahmin edilen parametrelerin varyans-kovaryans matrisinden türetilen amaçlı fonksiyonları kullanılır. Güvenirlik optimizasyonunda ise redundans matrisinden yararlanılmaktadır (Kuang 1996).

Optimizasyon değişkenleri ise çözülmek istenen optimizasyon problemine göre seçilir. 0. derece tasarım yapılırken datum noktaları diğer bir deyişle ağda koordinatları sabit olan noktalar, 1. derece tasarımda ağ noktalarının konumları; ağı geometrisini ifade eden A-matrisi, 2. derece tasarımda gözlemlerin duyarlılığı dolayısıyla ağırlıkları optimizasyon değişkenleridir. 3. derece tasarımda ise hem A hem de P matrisi değişkenlerdir (Berné ve Baselga 2004) .

Amaç fonksiyonu ve optimizasyon değişkenleri belirlendikten sonra sıra çözüm yönteminin seçilmesine gelir. Çözüm yöntemi, tanımladığımız amaç fonksiyonları ve kısıtlamalara göre bize optimal ağı verecek yöntemlerdir. Diğer bir deyişle amaç fonksiyonu ve kısıtlamaları sağlayan optimizasyon değişkenlerinin değerleri

belirlenmektedir. Literatürde jeodeziciler tarafından uygulanmış çok sayıda çözüm yöntemi vardır. Optimal tasarım problemlerinin seçiminde kullanılan klasik yöntemler deneme-yanılma yöntemi ile analitik yöntemdir. Öte yandan optimizasyon problemlerinin çözümünde yapay zeka yöntemlerinin kullanılması son zamanlarda yaygınlaşmaktadır. Literatürde çok sayıda yapay zeka optimizasyon yöntemi vardır. Bu yöntemlerden bazıları jeodezik ağların optimizasyonu problemine de uygulanmıştır (Dare ve Saleh 2000; Saleh ve Dare 2001; Saleh ve Dare 2003; Saleh ve Chelouah 2004; Berné ve Baselga, 2004).

4.2. Jeodezik Ağlar İçin Kalite Kriterleri

Bir jeodezik ağın kalitesini değerlendirmede kullanılan kriterler genel olarak duyarlık, güvenilirlik ve maliyettir. Bu kriterlere ek olarak güvenilirlikle yakından ilişkili geometrik direnç kriteri ve deformasyon izleme amacıyla kurulan ağlar için özel olarak hassasiyet kriteri sayılabilir.

Ağ duyarlığı gözlemlerin duyarlığının sonuçları ağ geometrisine göre nasıl etkilediğini tanımlar. Ağın rasgele hataları yayma özelliklerinin ölçütüdür. Duyarlık anlızinde kaba hata ve sistematik etkilerin gözlemleri etkilemediği varsayılmaktadır. Güvenirlik ise ağın gözlemlerdeki küçük biaslara nasıl karşılık vereceğini tanımlar. Diğer bir deyişle ağın robustluğu ile ilgilidir, yani ağın belirlenemeyen kaba hatalara karşı koyma yeteneği ölçülür. Maliyet ise ağın tesis, ölçü ve analiz maliyetidir.

Buna göre optimizasyonda amaç en ekonomik şekilde duyarlı ve güvenilir bir ağ tesis etmektir. Ağ deformasyon izleme amacıyla kurulacaksa ağın hassasiyeti de göz önünde bulundurulmalıdır (Kuang 1996). Güvenirlik optimizasyonu aynı zamanda robust bir ağında oluşturulmasını sağlamaktadır. Kısmi redundans sayılarının yüksek olması ağın güvenilir ve robust olmasını sağlamaktadır (Seemkooei 2001a).

4.3. Duyarlık Kriterleri

Nokta koordinatlarının varyans-kovaryans matrisi C_x bir jeodezik ağın

duyarlılığı hakkındaki tüm bilgiyi içerir. Genel olarak bir jeodezik ağı duyarlık ölçütü, global varyans-kovaryans matrisi, bir güven bölgesi veya varyans-kovaryans matrisi elemanlarının skaler bir fonksiyonu formunda olabilir. Duyarlık ölçütleri global ve lokal duyarlık ölçütleri olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. İlki bütün ağ için geçerliken ikincisi bir nokta veya nokta grubuyla ilişkilidir. Lokal ölçütler ağı özellikle zayıf bölgelerinin belirlenmesi açısından önemlidir.

4.3.1. Global duyarlık kriterleri

Nokta koordinatları için global varyans-kovaryans matrisi, kofaktör matrisi Q_x 'in ölçeklendirilmesinde kullanılan varyans faktörüne göre önsel ve sonsal varyans-kovaryans matrisi olmak üzere ikiye ayrılmaktadır:

$$C_x = \sigma_0^2 Q_x \quad (4.1)$$

$$\hat{C}_x = \hat{\sigma}_0^2 Q_x \quad (4.2)$$

Kofaktör matrisi, u koordinat vektörünün boyutu olmak üzere:

$$Q_x = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \cdot & q_{1i} & \cdot & q_{1u} \\ q_{21} & q_{22} & \cdot & q_{2i} & \cdot & q_{2u} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ q_{i1} & q_{i2} & \cdot & q_{ii} & \cdot & q_{iu} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ q_{u1} & q_{u2} & \cdot & q_{ui} & \cdot & q_{uu} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

şeklinde verilir. Koordinatların önsel varyans ve kovaryans değerleri:

$$\begin{aligned} \sigma_i^2 &= \sigma_0^2 q_{ii} \quad (i = 1, \dots, u) \\ \sigma_{ij} &= \sigma_0^2 q_{ij} \quad (i, j = 1, \dots, u; i \neq j) \end{aligned} \quad (4.4)$$

dir. Eşitliklerde önsel varyans faktörü yerine sonsal varyans-kovaryans matrisi (kısaca kovaryans matrisi ifadesi de kullanılmaktadır) kullanılarak koordinatların sonsal varyans ve kovaryansları elde edilir (Kuang 1996).

Bilindiği gibi C_x veya \hat{C}_x ağın duyarlılığı hakkındaki tüm bilgiyi içermektedir. Bununla birlikte, bir ağda koordinatlar ve kovaryans matrisi ağın datumuna bağlıdır. Farklı ağ datumlarına ait kovaryans matrisleri S-transformasyonu ile birbirine dönüştürülür. Bununla birlikte datumdan bağımsız bazı duyarlık ölçütleri de vardır.

4.3.1.1. Global güven bölgesi : güven hiper - elipsoidi

Koordinatların kestirilen değerleriyle gerçek değerlerinin uyumluluğunu test etmek için bir güven bölgesi kurulur. Önsel varyans faktörü bilindiği zaman h boyutlu hiper-elipsoidin yarı eksen uzunlukları:

$$a_i = \sigma_0 \sqrt{\chi_{1-\alpha}^2(h)} \sqrt{\lambda_i} \quad i = 1, \dots, h \quad (4.5)$$

şeklinde hesaplanabilir. $h = u - d$ dir. u bilinmeyen sayısı, d ise defekt sayısıdır. h diğer bir deyişle global varyans-kovaryans matrisinin sıfırdan farklı özdeğerleri sayısıdır. λ_i varyans-kovaryans matrisinin sıfırdan farklı özdeğerlerdir. Sonsal varyans faktörü kullanılacağı zaman,

$$a_i = \hat{\sigma}_0 \sqrt{h \cdot F_{1-\alpha}(h, r)} \sqrt{\lambda_i} \quad i = 1, \dots, h \quad (4.6)$$

formülü kullanılır.

h boyutlu hiper-elipsoidin merkezi \hat{x} kestirilmiş koordinatlardadır. Test edilen herhangi bir x değeri bu elipsoid içine düşüyorsa $1 - \alpha$ ihtimalle \hat{x} kestirilmiş koordinatlarla uyumludur yorumu yapılır.

Kofaktör matrisi Q_x 'in öz değerleri ne kadar küçükse güven bölgesi o kadar küçük olur dolayısıyla ağın duyarlılığı da artmış olur (Kuang 1996). Güven hiper-elipsoidi hacim ölçütü ile ilgilidir. Elipsoidin hacmi ne kadar küçükse ağın duyarlılığı o kadar büyüktür.

4.3.1.2. Skaler risk fonksiyonları

Ağ boyutları arttıkça kestirilen koordinatların varyans-kovaryans matrisinin elemanlarını inceleyerek veya karşılaştırarak ağın duyarlılığını değerlendirmek matrisin eleman sayısı çok olacağı için pratik olmaz. Bu durumda ağın duyarlılığının tam bir temsili için bir veya birkaç tane temsilci ölçüt kullanılabilir. Bu temsilci ölçütler varyans-kovaryans matrisinin elemanlarının skaler fonksiyonları biçimindedir. Başlıca skaler duyarlık fonksiyonları aşağıdaki gibi verilebilir:

- **Norm**

$$f = \|C_x\| \quad (4.7)$$

- **İz**

$$f = \text{iz}(C_x) = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_h \quad (4.8)$$

$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_h$ C_x matrisinin sıfırdan farklı özdeğerleridir.

- **Maksimum Özdeğer**

$$f = \lambda_{\max} \quad (4.9)$$

λ_{\max} , C_x matrisinin maksimum özdeğeridir.

- **Determinant**

$$f = \text{Det}(C_x) = \lambda_1 * \lambda_2 * \dots * \lambda_h \quad (4.10)$$

- **Spektral genişlik**

$$f = (\lambda_{\max} - \lambda_{\min}) \quad (4.11)$$

- **Ortalama konum duyarlılığı** (Yalçinkaya ve ark. 2003)

$$m_p = \sigma_0 \sqrt{\frac{\text{iz}(Q_{xx})}{3p}} \quad (4.12)$$

Ağın amacına ve kullanıcının isteklerine göre uygun duyarlık ölçütleri seçilmelidir (Kuang 1996). C_x matrisinin izinin minimum yapılması kestirilen parametrelerin ortalama varyansının minimum yapılması anlamına gelir. Benzer şekilde determinantın minimum yapılması hiper-elipsoidin hacmini minimum yapar (Berné ve Baselga 2004). C_x matrisinin singüler olması durumunda determinatı sıfır olur. Bu durumda determinant yerine sıfırdan farklı özdeğerlerin çarpımı kullanılır (Kuang 1996). Buradaki skaler risk fonksiyonları optimizasyonunda amaç fonksiyonu olarak seçilebilir. C_x matrisinin izi, normu, maksimum özdeğeri, determinatı ve spektral genişliği ne kadar küçükse ağ o kadar duyarlıdır.

4.3.1.3. Ölçüt matrisleri

Bir ölçüt matrisi ideal bir yapıya sahip yapay bir varyans-kovaryans matrisidir. Buradaki ideal kelimesi planlanan ağda optimal doğruluk durumunu ifade etmektedir. Ölçüt matrisinin yapısı ağın amacına bağlıdır. İdeal duyarlık kriterleri, Baarda (1973) tarafından teorik sonuçlara bağlı olarak ağların duyarlık yönünden homojen ve izotropik yapıda olması biçiminde öngörülmüştür. Homojen ve izotropik yapıyı sağlayan ölçüt matrisleri Taylor-Karman yapılı ölçüt matrisleridir. Bu matrisin özel durumu birim matristir. Homojen izotropik yapı 2-D ağlar için bütün hata elipslerinin daire (3-D'de küre) görünümüne ve özdeş büyüklüklü olmasını öngörür. Öte yandan ideal ağlar gerçek ağların deneysel sonuçlarından da elde edilebilir. Özel amaçlı ağlar için ölçüt matrisin elemanları kullanıcının ihtiyaçlarına göre oluşturulabilir. Örneğin hata elipslerinin şekli veya elde edilen büyüklüklerin doğruluklarına göre ölçüt matrisleri oluşturulabilir. Kuang (1996)'da diagonal elemanları kestirilen koordinatlar için kabul edilebilir varyansları içeren diagonal bir matris ölçüt matrisi olarak kullanılmıştır. Bu matris basit ancak etkin bir ölçüt matrisidir. Duyarlık optimizasyonunda amaç fonksiyonu olarak skaler bir risk fonksiyonu yerine bir ölçüt matrisi kullanılacaksa

$$\|C_x - C_s\| = \min. \quad (4.13)$$

ifadesi amaç fonksiyonu olarak yazılabilir. Burada C_s ağ ile datum uyumu sağlanmış

ölçüt matrisidir (Kuang 1996).

2-D uzayda Taylor-Karman yapılı ölçüt matrisi içinde P_i ve P_j noktaları arasındaki çapraz kovaryansın alt matrisi

$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} \Phi_m(s) & 0 \\ 0 & \Phi_m(s) \end{pmatrix} + [\Phi_1(s) - \Phi_m(s)] \begin{pmatrix} (x_i - x_j)^2/s^2 & (x_i - x_j)(y_i - y_j)/s^2 \\ (x_i - x_j)(y_i - y_j)/s^2 & (y_i - y_j)^2/s^2 \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

şeklinde ifade edilir. Enine ve boyuna korelasyon fonksiyonları sırasıyla:

$$\Phi_m(s) = \frac{4d^2}{s^2} - 2k_0(s/d) - \frac{4d}{s}k_1(s/d) \quad (4.15)$$

$$\Phi_1(s) = -\frac{4d^2}{s^2} + 2k_0(s/d) + \frac{4d}{s}k_1(s/d) + \frac{2s}{d}k_1(s/d) \quad (4.16)$$

iki noktayı birleştiren vektörün uzunluğu

$$s = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2} \quad (4.17)$$

ile hesaplanır. Schmitt (1980)' e göre karakteristik uzunluk d ağdaki herhangi iki nokta arasındaki minimum uzaklıktan daha küçük seçilmelidir.

Rölatif hata elipslerinin de daire görünümünde olması istendiğinde kaotik yapıda Taylor-Karman yapılı ölçüt matrisi kullanılmalıdır. Bu durumda hata elipslerinin çapı noktalar arasındaki uzaklığa bağlıdır. Kaotik yapı için aşağıdaki bağıntı yazılabilir:

$$\Phi_m(s) = \Phi_1(s) = d^2 - r^2s, r^2 > 0 \quad (4.18)$$

r^2 , uygun bir sabittir. Düzlemde iki nokta arasındaki çapraz kovaryansın alt matrisi

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} d^2 & 0 & d^2 - d_{ij}^2 & 0 \\ & d^2 & 0 & d^2 - d_{ij}^2 \\ & & d^2 & 0 \\ & & & d^2 \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

simetrik matrisi şeklinde yazılabilir. d^2 =sabit ve $d_{ij}^2 = d_{ji}^2 = f(l_{ij})$ noktalar arasındaki

uzunlukların bir pozitif monoton azalmayan fonksiyonu olarak verilir. d^2 ve d_{ij}^2 , C matrisi pozitif tanımlı olacak şekilde seçilmelidir.

Baarda (1973)'de önerilen

$$d_{ij}^2 = c_0 + c_1 l_{ij}, c_0 > 0, c_1 > 0 \quad (4.20)$$

seçim fonksiyonu Hollanda'da ağ istikşafında kullanılmıştır. Bunun dışında

$$d_{ij}^2 = c_1^2 c_2 \ln \left\{ 1 + \frac{l_{ij}}{c_2} \right\} + c_0^2 \quad (4.21)$$

veya

$$d_{ij}^2 = c_1^2 [1 - \exp(-c_2^2 l_{ij})] + c_0^2 \quad (4.22)$$

alternatifleri de kullanılabilir (Kuang 1996).

Tzur ve Papo (1996) da ise

$$d_{ij} = f(l_{ij}) = (0.5 + l_{ij} \times 1 \text{ p.p.m.})_{cm} \quad (4.23)$$

olarak alınmıştır. Yani fonksiyon kullanılan aletin duyarlığına bağlıdır.

Bu fonksiyonların seçimi ağın tipine bağlıdır. Fonksiyon seçildikten sonra ağ için duyarlık ölçütünü kurmak amacıyla c_0, c_1 ve c_2 parametreleri kullanılabilir. Bu parametreler ağın sınıfına bağlı olabilir. Kaotik yapıda bütün mutlak ve rölatif hata elipsleri daire görünümlüdür.

Datumundan bağımsız olarak oluşturulan ölçüt matrisini tanımlı bir datuma sahip gerçek varyans-kovaryans matrisi ile karşılaştırabilmek için ölçüt matrisi ile ağın datum uyumu sağlanmalıdır. Bu işlem S-transformasyonu ile yapılır. Ağın datumu ile uyumlu ölçütü matrisi ve Taylor-Karman yapılı ölçüt matrisi arasındaki ilişki:

$$C_S^C = S C_{TK}^C S^T \quad (4.24)$$

Burada C_{TK}^C Taylor-Karman yapılı ölçüt matrisidir. S matrisi:

$$S = \left[I - H(D^T H)^{-1} D^T \right] \quad (4.25)$$

eşitliği ile verilir. Burada I; birim matris, D ve H ise sırasıyla minimum zorlamalı dengeleme ve serbest dengelemeye karşılık gelen datum matrisleridir (Kuang 1996).

4.3.2. Lokal duyarlık ölçütleri

Lokal duyarlık ölçütleri ağın tümü için değil de bir kısmı için tanımlanan duyarlık ölçütleridir. Lokal duyarlık ölçütleri koordinat bileşenlerinin, bir veya bir grup noktanın duyarlılığını tanımlar. Bütün lokal duyarlık ölçütleri global varyans-kovaryans matrisinden elde edilmektedir. C_x matrisinin hesaplanmasında kullanılan Q_x terimi global kofaktör matrisini ifade etmektedir. Q_x matrisi daha açık bir şekilde aşağıdaki gibi yazılabilir

$$Q_x = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} & \cdots & Q_{1i} & \cdots & Q_{1m} \\ Q_{21} & Q_{22} & \cdots & Q_{2i} & \cdots & Q_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Q_{i1} & Q_{i2} & \cdots & Q_{ii} & \cdots & Q_{im} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Q_{m1} & Q_{m2} & \cdots & Q_{mi} & \cdots & Q_{mm} \end{pmatrix} \quad (4.26)$$

Burada Q_{ii} ($i = 1, \dots, m$) i istasyonunun kestirilen koordinatlarının kofaktör matrisidir, Q_{ij} ise i ve j istasyon çiftinin kofaktör matrisidir.

2-D uzayda kofaktör matrisleri

$$Q_{ii} = \begin{pmatrix} q_{x_i x_i} & q_{x_i y_i} \\ q_{y_i x_i} & q_{y_i y_i} \end{pmatrix} \quad (i = 1, \dots, m) \quad (4.27)$$

$$Q_{ij} = \begin{pmatrix} q_{x_i x_j} & q_{x_i y_j} \\ q_{y_i x_j} & q_{y_i y_j} \end{pmatrix} \quad (i, j = 1, \dots, m; i \neq j) \quad (4.28)$$

şeklinde ifade edilebilir. Q_{ii} pozitif yarı-tanımlı simetrik bir matrisdir. Global

kofaktör matrisi gibi Q_{ii} ve Q_{ij} matrisleri de önsel veya sonsal varyans faktörleri ile ölçeklendirilerek sırasıyla i istasyonu için lokal varyans-kovaryans matrisi ile i ve j istasyon çifti için lokal kovaryans matrisi elde edilir.

$$C_{ii} = \sigma_0^2 Q_{ii} \quad (4.29)$$

$$C_{ij} = \sigma_0^2 Q_{ij} \quad (4.30)$$

Daha açık bir şekilde

$$C_{ii} = \begin{pmatrix} \sigma_{x_i}^2 & \sigma_{x_i y_i} \\ \sigma_{x_i y_i} & \sigma_{y_i}^2 \end{pmatrix} \quad (i = 1, \dots, m) \quad (4.31)$$

ifadesi kullanılır. C_{ii} matrisi i istasyonunun kestirilen koordinatlarının duyarlığı hakkındaki tüm bilgiyi içerir. Koordinat bileşenlerinin standart sapması gibi pek çok lokal duyarlık ölçütü bu matrislerden elde edilir. Öte yandan C_{ij} matrisi i ve j istasyonlarının kestirilen koordinatları arasındaki korelasyonu göstermektedir (Kuang 1996).

4.3.2.1. Koordinat bileşenlerinin standart sapmaları ve güven aralıkları

i noktasının koordinat bileşenleri için önsel standart sapma değerleri sırasıyla;

$$\sigma_{x_i} = \sigma_0 \sqrt{q_{x_i x_i}} \quad (4.32)$$

$$\sigma_{y_i} = \sigma_0 \sqrt{q_{y_i y_i}} \quad (4.33)$$

$$\sigma_{z_i} = \sigma_0 \sqrt{q_{z_i z_i}} \quad (4.34)$$

Sonsal varyans değerleri ise formüllerde önsel varyans yerine sonsal varyans değerini alarak elde edilir.

Global güven bölgesine benzer şekilde, bir koordinat bileşeninin kestirilen değerinin test edilen bir değerle uyumluluğunu değerlendirmek için güven aralıkları kullanılabilir. Önsel ve sonsal varyansın bilinmesi durumuna göre kestirilen

koordinat bileşenlerinin güven aralıkları aşağıda verilmiştir:

$$\hat{x}_i - n_{\alpha/2}(0,1)\sigma_0\sqrt{q_{X_iX_i}}, \hat{x}_i + n_{\alpha/2}(0,1)\sigma_0\sqrt{q_{X_iX_i}} \quad (4.35)$$

veya

$$\hat{x}_i - t_{\alpha/2}(r)\hat{\sigma}_0\sqrt{q_{X_iX_i}}, \hat{x}_i + t_{\alpha/2}(r)\hat{\sigma}_0\sqrt{q_{X_iX_i}} \quad (4.36)$$

$$\hat{y}_i - n_{\alpha/2}(0,1)\sigma_0\sqrt{q_{Y_iY_i}}, \hat{y}_i + n_{\alpha/2}(0,1)\sigma_0\sqrt{q_{Y_iY_i}} \quad (4.37)$$

veya

$$\hat{y}_i - t_{\alpha/2}(r)\hat{\sigma}_0\sqrt{q_{Y_iY_i}}, \hat{y}_i + t_{\alpha/2}(r)\hat{\sigma}_0\sqrt{q_{Y_iY_i}} \quad (4.38)$$

$$\hat{z}_i - n_{\alpha/2}(0,1)\sigma_0\sqrt{q_{Z_iZ_i}}, \hat{z}_i + n_{\alpha/2}(0,1)\sigma_0\sqrt{q_{Z_iZ_i}} \quad (4.39)$$

veya

$$\hat{z}_i - t_{\alpha/2}(r)\hat{\sigma}_0\sqrt{q_{Z_iZ_i}}, \hat{z}_i + t_{\alpha/2}(r)\hat{\sigma}_0\sqrt{q_{Z_iZ_i}} \quad (4.40)$$

Eğer test edilen değer ilgili güven aralığının içine düşüyorsa, test edilen değer $(1 - \alpha)$ olasılıkla kestirilen değerler uyumludur (Kuang 1996).

4.3.2.2. Hata eğrisi ve konum doğruluğu

Şimdiye kadar verilen σ_x ve σ_y standart sapma değerleri konumu belirlenen noktanın konum duyarlılığını sadece x ve y eksenleri için vermektedir. Bu nedenle bir noktanın duyarlık hakkında tam bir bilgi vermezler. Örneğin bir noktanın koordinat eksenlerinden başka herhangi bir yöndeki duyarlılığını bilemeyiz. Bu amaç için *hata eğrisi* kullanılır. Hata eğrisi tüm yönlerdeki standart sapmaların geometrik yeri olarak tanımlanır (Kuang 1996).

2-D uzayda bir nokta için maximum ve minimum standart sapmalar sırasıyla aşağıdaki gibi verilir:

$$\sigma_{\max}^2 = \frac{1}{2} \left[\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sqrt{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2 + 4\sigma_{xy}^2} \right] \quad (4.41)$$

$$\sigma_{\min}^2 = \frac{1}{2} \left[\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sqrt{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2 + 4\sigma_{xy}^2} \right] \quad (4.42)$$

Maksimum ve minimum standart saplamalar, hata elipsi ve konum doğruluğu gibi duyarlık ölçütlerinde kullanılmaktadır. Örneğin 2-D uzayda nokta konum doğruluğu aşağıdaki gibi verilebilir.

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} = \sqrt{\sigma_{\max}^2 + \sigma_{\min}^2} \quad (4.43)$$

Helmert ve Werkmeister nokta konum hataları 3-D uzayda sırasıyla

$$\sigma_{P_i} = \sigma_0 \sqrt{q_{X_i X_i} + q_{Y_i Y_i} + q_{Z_i Z_i}} \quad (4.44)$$

ve

$$\sigma_{P_i} = \sigma_{X_i} \sigma_{Y_i} \sigma_{Z_i} \quad (4.45)$$

dir.

3-D uzayda bir duyarlık ölçütü olan hata elipsoidlerinin x, y ve z yönündeki yarı eksen uzunlukları sırasıyla;

$$\begin{aligned} A_H &= \sigma_0 \sqrt{\lambda_1} \\ B_H &= \sigma_0 \sqrt{\lambda_2} \\ C_H &= \sigma_0 \sqrt{\lambda_3} \end{aligned} \quad (4.46)$$

şeklinde hesaplanır. λ_1, λ_2 ve λ_3 kofaktör matrisinin özdeğerleridir. Güven elipsoidleri ise $c = \sqrt{3F_{3,\infty,0.95}} = 2.795$ olmak üzere;

$$\begin{aligned} A_G &= c A_H \\ B_G &= c B_H \end{aligned} \quad (4.47)$$

$$C_G = c C_H$$

şeklinde hesaplanır (Yalçınkaya ve ark. 2003).

4.4. Güvenirlik kriterleri

Ağ optimizasyonundaki amaçlardan biri de ölçülerdeki kaba hataların belirlenip elemine edilmesi ve aynı zamanda belirlenmemiş kaba hataların bilinmeyen parametreler üzerindeki etkisinin minimize edilmesini sağlayacak ölçü planı ve ağ konfigürasyonunun oluşturulmasıdır. En Küçük Kareler yöntemi kaba hatalardan ve sistematik hatalardan arındırılmış ölçü datası gerektirmektedir. Bu nedenle bilinmeyen parametrelerin kayıksız kestirimlerinin elde edilmesi için gözlemlerin kaba hatalar ve/veya sistematik etkiler için incelenmesi gerekmektedir. Bunun için hem dengeleme öncesi hem de dengeleme sonrası uygulanan teknikler vardır. Bununla birlikte bütün uyşumsuz ölçü belirleme teknikleri sınırlı bir hassasiyete sahiptir. Yani belli bir sınır değer altındaki kaba hatalar belirlenemez. Ağ güvenirlığının iki anlamı vardır : ilki ölçülerin kontrol edilebilirliği ile ilgilidir. İkincisi ise ağın kendisinin gözlemlerdeki kaba hatalara veya küçük sapmalara karşı hassaslığının diğer bir deyişle robustluğunun ifadesidir.

Baarda (1976)' da dış güvenirlik için datumdan bağımsız yeni bir standartlaştırmış değişken önerilmiştir.

$$\lambda_{i,0} = \frac{\nabla_0 J_i^2}{\sigma_0^2} c_i^T P A (A^T P A + D D^T)^{-1} A^T P c_i \quad (i = 1, \dots, n) \quad (4.48)$$

Bu ifade tanımlanan koordinatlara karşı değişmezdir. Bununla birlikte bu değişkenin esas olarak maksimum değeriyle ilgilenilir. Maksimum değer ise minimum sapmayla ilgilidir ve anlamlılık düzeyi ve test gücüne göre belirlenebilir. Buna göre;

$$\lambda_0 = \max(\lambda_{i,0}) \quad (i = 1, \dots, n) \quad (4.49)$$

değişkeni kestirilen koordinatların dış güvenirlik ölçütü olarak düşünülür.

(4.49) eşitliği yerine;

$$\lambda_{i,0} = \delta_0^2 \left(\frac{1}{r_i} - 1 \right) \quad (4.50)$$

eşitliği de kullanılabilir. (4.50) eşitliğine göre kısmi redundans sayısı r_i ne kadar büyükse etki daha küçüktür.

Bir jeodezik ağın güvenilirliği ağın geometrisine yani konfigürasyon matrisine ve gözlemlerin ağırlıklarına bağlıdır. Ağın güvenilirliği gözlemlere bağlı değildir. Bu nedenle güvenilirlik problemi tasarım aşamasında göz önünde bulundurulmalı ve mümkün olduğunca küçük kaba hataların belirlenmesi ve belirlenemeyenlerin kestirilen parametreler üzerindeki etkisi minimize edilmelidir (Kuang 1996).

4.5. Fiziksel Kısıtlamalar

Genel olarak tasarım optimizasyonu bazı kısıtlamaları sağlamak koşulu ile belli bir amaç veya amaçların en iyi çözümünü elde etmektir. Eğer tek bir amaç fonksiyonu minimize edilecekse tek amaçlı optimizasyon olarak adlandırılır. Örneğin bir jeodezik ağın sadece duyarlık veya sadece güvenilirlik optimizasyonu yapılabilir. Bununla birlikte çoğu kez birden fazla amaç fonksiyonu aynı anda optimize edilebilir. Bu durumda problem çok amaçlı optimizasyon adını alır.

Kuang (1996)'da jeodezik ağlar için 3 adet tek amaçlı optimizasyon modeli sunulmuştur. Bu modeller söz gelimi duyarlık kriterini amaç fonksiyonu olarak seçerken güvenilirlik veya maliyet gibi diğer kriterlerle ilgili kısıtlamalar kullanmaktadır. Bu modelleri kurarken Kuang sırasıyla duyarlık için L_2 norm, güvenilirlik için L_∞ (Tschebycheff normu) ve maliyet içinde L_1 norm kavramlarını kullanmıştır. Bununla birlikte bu üç model Kuang tarafından sunulan optimizasyon yöntemi için kurulmuştur.

Jeodezik ağ optimizasyonun da ağın duyarlık, güvenilirlik ve maliyet kriterlerini sağlarken bazı fiziksel kısıtlamaları da karşılaması gerekir. Bunlar ağın datumu ile ilgili kısıtlamalar ve optimizasyon sonuçlarının gerçekleştirilebilirliğidir.

1.derece tasarım yapılırken datum noktaları sabit kalmalıdır. Yani bu noktalar için optimal konum bulunmaz. Bu durum datum ile ilgili kısıtlamadır.

1.derece, 2.derece veya kombine tasarım yaparken elde edilen sonuçların gerçekleştirilebilir olması istenir. Örneğin 1. derece tasarımda noktaların tesis edilebileceği alan topoğrafya veya çeşitli yapay unsurlar nedeniyle sınırlandırılır. 3 boyutlu bir ağ için aşağıdaki ifadeler yazılabilir:

$$a_{i,\min} \leq X_i \leq a_{i,\max}$$

$$b_{i,\min} \leq Y_i \leq b_{i,\max} \quad (i = 1, \dots, m) \quad (4.51)$$

$$c_{i,\min} \leq Z_i \leq c_{i,\max}$$

$[a_{i,\min}, a_{i,\max}]$, $[b_{i,\min}, b_{i,\max}]$ ve $[c_{i,\min}, c_{i,\max}]$ sınırları arazide istikşaf yapılarak belirlenir.

Gözlemlerin ağırlıkları ise eldeki aletlerle gerçekleştirilebilir maksimum ağırlıklara göre sınırlandırılır. Ayrıca gözlem ağırlıkları negatif olamaz. Buna göre,

$$0 \leq P_i \leq \frac{\sigma_0^2}{(\sigma_i)_{\min}^2} \quad (i = 1, \dots, n) \quad (4.52)$$

ifadesi yazılabilir. Burada P_i i. gözlemin ağırlığı, σ_0^2 tasarım aşamasında genellikle 1.0 seçilen önsel varyans faktörü, $(\sigma_i)_{\min}^2$ ($i = 1, \dots, n$) ise 1_i ($i = 1, \dots, n$) ölçüsü için gerçekleştirilebilecek minimum varyanstır.

4.6. Optimizasyon Problemlerinin Formülasyonu ve Çözümü

Klasik olarak optimizasyon problemleri deneme/yanılma veya analitik yöntemlerle çözülebilir. Analitik optimizasyon tekniklerinde ilk olarak çeşitli ağ kalite kriterleri optimize edilecek bilinmeyen parametreler bakımından matematiksel bir forma sokulur. Analitik yaklaşım problemlerinin çözümünde lineer cebir ve yöneylem araştırması (operational research) yöntemleri kullanılır. Başlıca yöneylem araştırması yöntemleri lineer programlama ve kuadratik programlamadır.

4.6.1. Deneme yanılma yöntemi

Deneme yanılma yöntemi bir ağın tasarım problemlerinin çözümünde kullanılan basit bir yöntemdir. Bu yöntemde tasarım problemine bir çözüm önerilir ve buna göre tasarım ve maliyet kriterleri hesaplanır. Eğer bu kriterler tam olarak sağlanamamışsa önerilen çözüm biraz değiştirilerek yeni bir çözüm önerilir. Kriterler yeniden hesaplanır. Bu işlem tatmin edici bir ağ (optimum olması düşük bir ihtimaldir) elde edilinceye kadar sürdürülür. Bilgisayarların yaygınlaşmasından sonra bu yöntem bilgisayar simülasyonu adıyla da anılmaya başlamıştır. Deneme yanılma yönteminin avantajları gerekli tasarımı bulmak için keyfi kriterlerin kullanılabilmesi ve birbiriyle karşılaştırılabilmesidir. Ayrıca analitik yöntemler gibi bu kriterleri güçlü matematiksel formlara sokmaya ihtiyaç duyulmamaktadır. Dezavantajları ise hesap yükünün fazla olması ve optimum ağ bulma ihtimalinin oldukça düşük olmasıdır (Kuang 1996; Cross 1985). Deneme yanılma metoduyla jeodezik ağların optimal tasarımı aşağıda açıklanan beş adıma göre yapılır:

1.adım

Mevcut haritalar ve/veya hava fotoğraflarından yararlanılarak istasyon noktaları için uygun konumlar belirlenir.

2.adım

Arazide ön istikşaf yapılır ve eldeki aletlere göre olası gözlemler belirlenir. Yani başlangıçta bir ölçü planı oluşturulur. Bu ya maksimum yada minimum ağ şeklinde olabilir.

3.adım

Başlangıçtaki ölçü planı ve gözlemlerin farazi duyarlık veya ağırlıklarına göre ağın kalite kriterleri (duyarlık, güvenilirlik gibi) belirlenir. Örneğin duyarlık için hata elipsleri, güvenilirlik için de kısmi redundans sayıları kullanılabilir. Optimizasyonla başlangıçtaki ağa *iyileştirmeler* yapılır. Bu iyileştirmeler ağ noktalarının başlangıç konumlarına ve gözlemlerin ağırlıklarına yapılır. Örneğin ölçü sayısı azaltılıp arttırılabilir ve/veya gözlemler için optimal ağırlıklar belirlenir. Bu işlem ağ

kendinden istenen kriterleri sağlayıncaya kadar devam ettirilir.

4.adım

Simüle edilen ağın fiziksel olarak gerçekleştirilip gerçekleştirilemediğini görmek için arazide istikşef yapılır. Kontrol noktaları arazide geçici olarak işaretlenir. Eğer ağ yersel yöntemlerle ölçülecekse ağ noktalarının birbirini görüp görmediği incelenir. Eğer GPS tekniği kullanılacaksa sözgelimi sinyaller için engelleyici bir durumun olup olmadığı incelenir.

5.adım

Uygun ağ tasarımı gerçekleştirilinceye kadar işlem yinelenir ve sonuç olarak ağ noktaları için uygun konumlar ve yapılacak jeodezik gözlemler belirlenir.

5. adımdan sonra ağ noktaları tesis edilir ve gözlemler yapılır. Toplanan veriler analiz edilerek sonuçlar kullanıcılara bir rapor olarak sunulur. Jeodezik ağların analizi aşaması aşağıdaki aşamalardan oluşmaktadır:

1. Önsel doğruluk analizi: ller yapılmadan önce olası bütün hata kaynakları analiz edilerek bir hata bütçesi oluşturulur. Ölçüleri sadece rasgele hataların etkilediği kabul edilir. Yani kaba hata veya sistematik etkilerin gözlem ve/veya matematiksel yöntemlerle kaldırıldığı varsayılmaktadır. Bu durumda doğruluk ve duyarlılık kavramları eş anlamlı kabul edilebilir. Yapılması ngrlen gözlemlerin doğruluğunun önceden bilinmesi ağın ve sonuçlarının hem aletsel hem de çevresel koşullardan nasıl etkilendiğini incelemek için gereklidir. Önsel doğruluk analizinde ngrlen gözlemlerin beklenen duyarlığı üretici firmalar tarafından verilen ve deneysel ölçülerle belirlenen alet duyarlılıklarından elde edilir.

2. Dengeleme ncesi kaba hata belirleme: Tekrarlı llerin ve üçgen veya lup kapanması gibi geometrik koşulların test edilmesi suretiyle büyük veya orta büyüklükteki kaba hatalar dengeleme öncesi belirlenebilir. Bu sayede EKKY'nin yayma etkisi bir ölçüde önlenmiş olur.

3. Gözlem verilerinin n analizi: Elde edilen ham ölçülere meteorolojik düzeltmeler, kalibrasyon düzeltmeleri ve gravimetrik düzeltmelerin getirilmesi, gözlemlerin

elipsoit yüzeyine geometrik olarak indirgenmesi ve harita düzlemine aktarılması gibi işlemler ön analiz işlemleridir.

4. Sonsal Doğruluk Analizi:Jeodezik ağda gereğinden fazla sayıda ölçüler yapıldıktan sonra ölçü değerleri ve ölçülen ağın geometrisine göre gerçekte elde edilen ölçü doğruluğunu değerlendirmek için sonsal doğruluk analizi yapılır. Sonsal doğruluk analizinde de ölçülerin sadece rasgele hataların etkisinde olduğu kabul edilir. Sonsal doğruluk analizi sayesinde ağda yapılan farklı tip gözlemlerin varyans ve kovaryansları güvenilir bir şekilde belirlenir. Böylece başarılı bir bilinmeyen kestirimi ve ağ kalite analizi yapılabilir. Literatürde *varyans bileşenlerinin kestirimi* olarak adlandırılan bu işlem adımı MINQUE, BIQUE, Helmert, LSE ve maksimum olasılık gibi yöntemler vardır (Seemkooei 2007). Sonsal doğruluk analizi sonuçları önsel doğruluk analizi sonuçları ile elde edilen hata bütçesi ile karşılaştırılır (Kuang 1996).

5. Jeodezik ağ gözlemlerinin dengelenmesi: Jeodezik ağlarda elde edilecek sonuçların doğruluğunu arttırmak için genellikle tek anlamlı çözümden daha fazla çözümün bulunmasına yol açacak şekilde fazla gözlem yapılır. Bu nedenle tek anlamlı çözümün elde edilmesi için bazı koşulların ileri sürülmesi gerekir. En yaygın kullanılan yöntemlerden biri olan EKKY fazla sayıda gözlem yaparak fiziksel parametreler için tek anlamlı kestirimin elde edildiği ve ağırlıklı düzeltmelerin karelerinin toplamını minimize ederek en iyi çözümün sağlandığı bir yöntemdir. Bir jeodezik ağın noktalarının koordinatlarını belli bir koordinat sisteminde tanımlayabilmek için bir takım parametrelere ihtiyaç duyulur. Bunlar datum parametreleridir. Datum parametrelerini sağlamak için yapılan gözlemlere dış gözlemler denir. Bir ağın datumu minimum zorlama veya iç zorlamayla tanımlanabilir. 3-D uzayda minimum zorlama için datum matrisi;

$$D^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_1 & a_2 & a_3 & -a_1 & -a_2 & -a_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ b_1 & b_2 & b_3 & -b_1 & -b_2 & -b_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ c_1 & c_2 & c_3 & 0 & 0 & 0 & -c_1 & -c_2 & -c_3 & 0 & \dots & 0 \\ d_1 & d_2 & d_3 & -d_1 & -d_2 & -d_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad (4.53)$$

şeklinde verilir. Buradaki terimler;

$$(a_1 \quad a_2 \quad a_3) = \left(\frac{\Delta y_{ij}^0}{(L_{ij}^0)^2} \quad -\frac{\Delta x_{ij}^0}{(L_{ij}^0)^2} \quad 0 \right) \quad (4.54)$$

$$(b_1 \quad b_2 \quad b_3) = \left(\frac{\Delta x_{ij}^0 \Delta z_{ij}^0}{(L_{ij}^0)(s_{ij}^0)^2} \quad -\frac{\Delta y_{ij}^0 \Delta z_{ij}^0}{(L_{ij}^0)(s_{ij}^0)^2} \quad -\frac{L_{ij}^0}{(s_{ij}^0)^2} \right) \quad (4.55)$$

$$(c_1 \quad c_2 \quad c_3) = \left(\frac{\Delta x_{ij}^0 \Delta z_{ij}^0}{(L_{ij}^0)(s_{ij}^0)^2} \quad -\frac{\Delta y_{ij}^0 \Delta z_{ij}^0}{(L_{ij}^0)(s_{ij}^0)^2} \quad -\frac{L_{ij}^0}{(s_{ij}^0)^2} \right) \quad (4.56)$$

$$(d_1 \quad d_2 \quad d_3) = \left(\frac{\Delta x_{ij}^0}{(s_{ij}^0)} \quad \frac{\Delta y_{ij}^0}{(s_{ij}^0)} \quad \frac{\Delta z_{ij}^0}{(s_{ij}^0)} \right) \quad (4.57)$$

$$s_{ij}^0 = \sqrt{(x_j^0 - x_i^0)^2 + (y_j^0 - y_i^0)^2 + (z_j^0 - z_i^0)^2} \quad (4.58)$$

$$L_{ij}^0 = \sqrt{(x_j^0 - x_i^0)^2 + (y_j^0 - y_i^0)^2} \quad (4.59)$$

dir. D matrisinin ilk 3 satırı sırasıyla x, y ve z eksenleri yönündeki ötelemeleri, 4. 5. ve 6. satırlar sırasıyla x, y ve z eksenleri yönündeki dönüklükleri 7. satır ise ölçüğü tanımlar. Ağda yapılan jeodezik ölçülere göre bu matrisin satırlarından bazıları silinebilir. Örneğin kenar ölçüsü yapılmışsa 7., azimut ölçülmüşse 4., zenit mesafeleri ölçülmüşse 5. ve 6. satırlar silinebilir. GPS ağlarında GPS baz bileşenlerinin dengelenmesinde bu matrisin 4. 5. 6. ve 7. satırları silinebilir. Datum matrisinin terimleri ağ noktalarının yaklaşık koordinatlarından hesaplanır.

Bir diğer dengeleme türü iç zorlamalı dengelemedir ve serbest ağ dengelemesi olarak da adlandırılır. Burada gerçek bir istasyonun koordinatları, gerçek bir azimut, gerçek bir kenar ve gerçek bir zenit uzaklığını sabit almak yerine kurgusal bir istasyonun koordinatları veya bazı kurgusal azimut, zenit uzaklığı ve kenarlar sabitlenir. Örneğin 3-D uzayda dengeleme öncesi ve sonrası; i. ağın merkez noktasının koordinatları yani ağ noktalarının ortalama koordinatları değişmez, ii. ağ merkeze göre x, y ve z eksenleri yönündeki dönmez iii. ağın merkezinden her bir noktaya olan ortalama uzaklık değişmez. 1-D uzayda ise ağ noktalarının ortalama yüksekliği değişmez. İç zorlamalı dengeleme:

$$x^T x = \min. \quad (4.60)$$

koşulu altında yapılır. Buradaki x' ler ağ noktalarının yaklaşık koordinatlarına gelecek diferansiyel düzeltmelerdir. 3-D ağlar için iç zorlamalı dengelemede datum matrisi;

$$H^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -z_1^0 & y_1^0 & 0 & -z_2^0 & y_2^0 & \dots & 0 & -z_m^0 & y_m^0 \\ z_1^0 & 0 & -x_1^0 & z_2^0 & 0 & -x_2^0 & \dots & z_m^0 & 0 & -x_m^0 \\ -y_1^0 & x_1^0 & 0 & -y_2^0 & x_2^0 & 0 & \dots & -y_m^0 & x_m^0 & 0 \\ x_1^0 & y_1^0 & z_1^0 & x_2^0 & y_2^0 & z_2^0 & \dots & x_m^0 & y_m^0 & z_m^0 \end{pmatrix} \quad (4.61)$$

şeklinde verilir. H matrisinin ilk üç satırı datum parametrelerinden ötelemeleri, 4. 5. ve 6. satırlar dönüklükleri ve 7. satır ise ölçeği sağlar. D matrisinde olduğu gibi ağda yapılan ölçülere göre H matrisinde bazı satırları silinebilir.

EKKY ile dengeleme

Minimum

$$v^T P v \quad (4.62)$$

ve

$$l + v = Ax \quad (4.63)$$

$$D^T x = 0 \quad (4.64)$$

amaç fonksiyonu ve kısıtları altında koordinatlar ve düzeltmeler için optimal çözümün arandığı bir optimizasyon problemidir.

Koordinatlar, düzeltmeler ve dengelenmiş ölçüler için optimal kestirimler (olasılığı en yüksek) sırasıyla;

$$\hat{x} = (N + DD^T)^{-1} A^T P l$$

$$\hat{v} = [A(N + DD^T)^{-1} A^T P - I] l \quad (4.65)$$

$$\hat{l} = A(N + DD^T)^{-1} A^T P l$$

dir.

EKKY ile dengelemede sonsal varyans faktörü;

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\hat{v}^T P \hat{v}}{r} \quad (4.66)$$

Koordinatlar, düzeltmeler ve dengelenmiş ölçüler için önsel varyans-kovaryans matrisi sırasıyla;

$$\begin{aligned} C_{\hat{x}} &= \sigma_0^2 Q_{\hat{x}} \\ C_{\hat{v}} &= \sigma_0^2 Q_{\hat{v}} \\ C_{\hat{l}} &= \sigma_0^2 Q_{\hat{l}} \end{aligned} \quad (4.67)$$

şeklinde elde edilir. Sonsal varyans-kovaryans matrisleri ise kofaktör matrislerinin $\hat{\sigma}_0^2$ sondal varyans faktörü ile ölçeklendirilmesi ile elde edilir.

\hat{x} , \hat{v} ve \hat{l} için kofaktör matrisleri sırasıyla;

$$\begin{aligned} Q_{\hat{x}} &= (N + DD^T)^{-1} - H(H^T D D^T H) \\ Q_{\hat{v}} &= P^{-1} - A(N + DD^T)^{-1} A^T \\ Q_{\hat{l}} &= A(N + DD^T)^{-1} A^T \end{aligned} \quad (4.68)$$

şeklinde verilir. İç zorlamalı dengeleme ise $D=H$ alınarak yapılır (Kuang 1996).

Literatürde L_2 norm yöntemi olarak da bilinen EKKY ile dengelemenin avantajları;

1. Gözlemlerin dağılımının bilinmesine ihtiyaç duyulmaması
2. Ağırlık matrisi gözlemlerin kovaryans matrisinin inversi olarak seçilirse minimum varyans kestiriminin elde edilmesi
3. Gözlem hataları normal dağılımda ise maksimum olasılık kestirimi ile özdeş sonuç elde edilmesidir (Seemkooei 2003).

Ancak bu yöntem ancak rasgele hatalı (tercihen normal dağılmış) gözlemlere uygulanması durumunda optimal sonuç vermektedir.

6. Dengeleme sonrası kaba hata belirleme: Test yöntemleri veya robust yöntemlerle kaba hata analizi yapılır. Burada küçük kaba hatalar söz konusudur.
7. Jeodezik ağların kalite kontrolü: Jeodezik ağların analizinde son aşama ağ için kalite kriterlerinin elde edilmesidir. Ağın kalite kontrolünde; 1) rasgele hataların yayılmasıyla ilgili olarak duyarlılık analizi 2) kaba hatalara karşı dirençle ilgili olarak güvenilirlik ve robustluk analizi.

4.6.2. Analitik yöntemler

Farklı tasarım derecelerindeki optimizasyon problemlerinin çözüm stratejileri problemin sokulduğu matematiksel forma ve tasarım amacını tanımlayan amaç fonksiyonunun şekline bağlıdır. Bilgisayar simülasyon yönteminden farklı olarak analitik yöntemler çeşitli tasarım problemlerinin çözümü için spesifik algoritmalar sunar. Böyle bir algoritma otomatik olarak, ağ kullanıcısı tarafından istenen kalite kriterlerini sağlayan diğer bir ifadeyle matematiksel anlamda optimal ağlar üretir. Ancak, yıllar süren çalışmalar neticesinde analitik yöntemlerdeki bütün ilerlemeler neredeyse sadece 2.derece tasarım probleminin çözümünde gerçekleştirilmiştir. 2.derece tasarım için, ağ noktalarının kestirilen koordinatlarının kofaktör matrisi Q_x ,

$$Q_x = (A^T P A)^{-1} \quad (4.69)$$

olmak üzere her iki tarafın inversi alındığında;

$$A^T P A = Q_x^{-1} = P_x \quad (4.70)$$

eşitliği elde edilir. P_x ölçüt matrisinin inversidir.

4.6.2.1. 2. derece optimizasyon probleminin genelleştirilmiş inversle çözümü

Moore - Penrose inversi kullanılarak (4.70) eşitliği aşağıdaki gibi çözülebilir:

$$P = (A^+)^T P_x A^+ \quad (4.71)$$

Bu çözüm sonucu pozitif tanımlı bir ağırlık matrisi elde edilir. Tam dolu bir gözlem ağırlık matrisi pratik ölçülerle gerçekleştirilemeyeceği için bu çözüm pratik uygulamalar için kullanışsızdır (Kuang 1996).

Korelasyonsuz gözlemler için, diagonal bir gözlem ağırlık matrisi oluşturabilmek için (4.70) eşitliği Khatri-Rao çarpımı kullanarak aşağıdaki gibi yeniden formüle edilebilir:

$$(A^T \Theta A^T) p = \text{vec}(P_x) \quad (4.72)$$

p , P ' nin diagonal elemanlarını içeren bir vektördür, Θ Khatri-Rao çarpım işaretidir. vec operatörü bir matrisin sütunlarını alt alta sıralayarak bir vektör oluşturur. Moore-Penrose inversi kullanarak;

$$p = (A^T \Theta A^T)^+ \text{vec}(P_x) \quad (4.73)$$

çözümü yapılır.

Teorik olarak (4.73) eşitliği, (4.72)'nin minimum norm çözümüdür. Yani bu çözüm ile gözlem ağırlıklarının karelerinin toplamı $p^T p$ minimum yapılarak istasyon koordinatlarının varyans-kovaryans matrisinin ölçüt matrisine en iyi uyumu aranmaktadır.

Kötü koşullu $A^T \Theta A^T$ matrisinin inversini almadaki potansiyel zorluklar nedeniyle, daha iyi sonuçlar elde etmek için P_x matrisi özdeğerlerine ayrıştırılarak (4.72) eşitliği yeniden düzenlenebilir:

$$P_x = EAE^T \quad (4.74)$$

E, P_x matrisinin normalleştirilmiş özvektörlerinden oluşan bir matris, Λ ise elemanları P_x 'in özdeğerleri olan diagonal bir matristir. (4.73) eşitliğine göre gözlem ağırlıkları;

$$p = (Z^T \Theta Z^T)^+ \text{vec}(\Lambda) \quad (4.75)$$

çözümü ile elde edilir.

$$Z = AE \quad (4.76)$$

dir.

(4.73) ve (4.75) eşitlikleri özdeş sonuçlar üretir. Ancak her iki çözümde negatif ağırlıklar üretebildikleri için pratik değildir. Negatif ağırlıkların fiziksel bir anlamı yoktur. Pratik uygulamalarda negatif ağırlıklı ölçüler ölçü planından atılabilir. Ancak bu bağlantısız ağların oluşmasına yol açar; ağ birkaç tane bağımsız kesite bölünebilir. Daha uygun bir çözüm sadece en küçük negatif ağırlıklı gözlemin atılmasıdır. Ancak çeşitli araştırmacılar tarafından yapılan testler bu uygulamanın da uygun olmadığını göstermiştir (Kuang 1996).

4.6.2.2. Linear programlama

Negatif ağırlıkları önlemek için (4.78) eşitliği lineer programlama tekniği ile çözülebilir. (4.72) eşitliğindeki p vektörünün lineer programlama tekniği ile çözümü;

$$\text{Minimum} \sum_{i=1}^n p_i \quad (4.77)$$

Kısıtlar

$$(A^T \Theta A^T)p \geq \text{vec}(P_x) \quad (\text{diagonal elemanlar}) \quad (4.78)$$

$$(A^T \Theta A^T)p \leq \text{vec}(P_x) \quad (\text{diagonal olmayan elemanlar}) \quad (4.79)$$

$$p_i \geq 0$$

Tzur ve Papo (1996)' da lineer programlamayla GPS ağlarının optimizasyonu incelenmiştir. Bu çalışmada lineer programlamayla GPS ağlarının ikinci derece tasarımı probleminin çözümü aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$z = b^T p \quad (4.80)$$

z , p vektörünün lineer bir fonksiyonu olmak üzere b belli bir katsayılar vektörüdür. Tesis edilecek ağın minimum maliyetle tasarlanması için ağırlıkların toplamını minimum yapacak şekilde b vektörü birim vektör alınabilir. p vektörünün çözümü z amaç fonksiyonunun aşağıdaki lineer eşitsizlik kısıtları altında minimum yapılmasıyla gerçekleştirilir:

$$G_i p \geq q_i \quad (4.81)$$

ve

$$G_j p \leq q_j \quad (4.82)$$

Burada, $G = A^T \Theta A^T$, q_{ij} , ölçüt matrisinin inversinin elemanları, p ağırlık matrisinin diagonal elemanlarını içeren vektördür. (4.81) numaralı eşitsizlik, G matrisinin, Q (ölçüt matrisinin elemanları) matrisinin diagonal elemanlarıyla ilişkili satırlar için (4.82) numaralı eşitsizlik ise G matrisinin, Q matrisinin diagonal olmayan elemanlarıyla ilişkili satırları için yazılmıştır.

Aynı çalışmada, ölçüt matrisi 3-D bir GPS ağının i ve j noktaları için, düşey bileşeninin doğruluğunun yatay bileşenlerin doğruluğundan 2 kat daha düşük olduğu varsayılarak;

$$C = \begin{pmatrix} d^2 & 0 & 0 & d^2 - d_{ij}^2 & 0 & 0 \\ 0 & d^2 & 0 & 0 & d^2 - d_{ij}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 4d^2 & 0 & 0 & d^2 - 4d_{ij}^2 \\ d^2 - d_{ij}^2 & 0 & 0 & d^2 & 0 & 0 \\ 0 & d^2 - d_{ij}^2 & 0 & 0 & d^2 & 0 \\ 0 & 0 & d^2 - 4d_{ij}^2 & 0 & 0 & 4d^2 \end{pmatrix} \quad (4.83)$$

Bu ölçüt matrisi aşağıdaki özelliklere sahiptir;

- Mutlak ve bağıl yatay hata elipsleri daire görünümündedir
- Her hangi iki nokta arasındaki bağıl doğruluk yönden bağımsızdır
- d_{ij} , sadece i ve j noktaları arasındaki uzunluğa bağlıdır
- d , sıfırdan farklı herhangi bir sayı olabilir ve noktalar arasındaki rölatif doğruluğu etkilemez. d ölçüt matrisi pozitif tanımlı bir matris olacak şekilde seçilmelidir.

Lineer programlama yönteminde ölçüt matrisi yerine ölçüt matrisinin inversi kullanıldığı için bu yöntem çoğu kez optimizasyon kriterlerini sağlamayan çözümler üretmektedir. Çünkü ölçüt matrisinin inversine iyi bir yaklaşım her zaman ölçüt matrisinin kendisine iyi bir yaklaşım sağlandığı anlamına gelmemektedir (Kuang 1996).

4.6.2.3. Kuang yöntemi

Jeodezik ağ optimizasyonu ile ilgili çalışmalar yetmişli yıllarda Grafarend (1974) ve Baarda (1973)'nin öncülüğünde başlamış ve bu çalışmaların bir ürünü olarak pek çok jeodezicinin katkısıyla *Optimization and Design of Geodetic Networks* isimli klasik kitap yayınlanmıştır. Bu konuyla ilgili olarak daha sonraki yıllarda da önemli çalışmalar yapılmaya devam etmiştir. Burada anılması gereken önemli çalışmalar Jäger ve Kaltenbach (1990) ile spektral analiz kavramının ağ optimizasyonuna sokulması ve Xu (1989) ile Xu ve Grafarend (1995)'te 2. derece tasarımın çok amaçlı optimizasyon çerçevesinde ele alınmasıdır. Ayrıca 1. derece tasarımın özellikle jeodezik-jeodinamik ağlar için önemi, Gerasimenko (1997) ve Gerasimenko ve ark. (2000)'de vurgulanmıştır. Dare ve Saleh (2000)'de de ilk kez

GPS ağ tasarımımda sezgisel teknikler kullanılmıştır. Klasik jeodezik ağ optimizasyon problemlerinin yapay zeka tekniklerle çözümü Berné ve Baselga (2004)'de simulated annealing metodu 1. derece tasarıma uygulanarak gerçekleştirilmiştir. Kuang'ın 1996 yılında yayınlanan *Geodetic Network Analysis and Optimal Design* isimli kitabında o zamana kadar gerçekleştirilen jeodezik ağ optimizasyon literatürü gözden geçirilmiştir. Bu kitapta ayrıca Kuang tarafından geliştirilen bir optimizasyon yöntemi sunulmuştur. Kuang'ın yöntemi 1. derece, 2. derece ve kombine tasarımda kullanılabilen, klasik konum belirleme ağlarından başka deformasyon izleme ağlarının optimal tasarımına da uygulanabilen etkin bir analitik yöntemdir. Bu yöntemde ağın tasarım kriterlerini ifade eden ve lineer olmayan matris fonksiyonları Taylor serisine açılarak doğrusallaştırılmakta ve lineer programlama gibi yöntemlerden yararlanarak optimal ağ konfigürasyonuna ve/veya optimal ölçü planına ulaşılabilmektedir. Kuang bu yöntemi daha önce sunulan klasik yöntemlerdeki problemleri göz önünde bulundurarak geliştirmiştir. Gerçekten de bu yöntemin optimal çözümü vermesi, hesap yükünün fazla olmaması, negatif ağırlık üretmemesi, gerçekleştirilebilir çözümler vermesi ve hemen her jeodezik ağ optimizasyon problemini çözmesi gibi avantajlı yanları vardır. Ancak bu yöntem lokal bir optimizasyon tekniğidir. Lokal optimizasyon teknikleri bir başlangıç noktasından hareketle optimumu aramaktadır. Ne yazık ki bu tekniklerde eğer başlangıç noktası global optimuma yeterince yakın değilse veya amaç fonksiyonu global optimumun arkasında pek çok lokal optimuma (alt optimum) sahipse global optimumu bulmak zor olmaktadır. Bu yüzden global optimizasyon tekniklerinin kullanılması önerilmektedir (Horst ve Tuy 2003). Simulated annealing, genetik algoritmalar, PSO ve aralık-aritmetik tabanlı teknikler başlıca global optimizasyon teknikleridir.

5. PSO ALGORİTMASI

Optimizasyon bir şeyin en iyisini yapma işlemi olarak tanımlanabilir. Pek çok mühendislik probleminin birden fazla cevabı olabilir veya bulduğumuz çözüm en iyi çözüm müdür? Bu gibi sorular optimizasyon ile cevaplanabilir. Optimizasyon bir probleme en iyi çözümü bulma aracıdır. Çoğu kez optimizasyon tasarım problemlerinin çözümünde kullanılmaktadır. Bunun için bir başlangıç çözümünden hareketle en iyiye ulaşılmaya çalışılmaktadır. Diğer bir deyişle iteratif olarak mevcut çözüm iyileştirilmektedir.

Optimizasyon problemlerinin çözümünde değişik yöntemler kullanılabilir. Genel olarak optimizasyon problemlerinin çözümünde kullanılan teknikler lokal optimizasyon teknikleri ve global optimizasyon teknikleri olarak sınıflandırılabilir. Lokal tekniklerde bir başlangıç çözümünden çıkılır, tekniğin yapısına göre komşu çözümler üretilerek optimum çözüm bulunur. Ancak bulunan çözüm eğer başlangıç çözüm global optimuma yeterince yakın değilse global optimum olmayabilir. Benzer şekilde amaç fonksiyonu global optimumdan başka pek çok lokal optimuma sahipse bulunan çözüm global yerine lokal optimum olabilir.

Lokal tekniklerdeki bu dezavantaj global optimizasyon tekniklerinin son zamanlarda daha fazla araştırılmasına neden olmuştur. Başlıca global optimizasyon teknikleri; simulated annealing (Kirkpatrick ve ark. 1983), genetik algoritmalar (Haupt ve Haupt 2004) ve PSO yöntemidir (Parsopoulos ve Vrahatis 2002). Ayrıca hem lokal hem de global optimizasyon tekniklerinin özelliklerinden yararlanan hibrid tekniklerde vardır. Böyle bir hibrid global optimizasyon yöntemi Xu (2002) ve Xu (2003) tarafından jeodezik ağların optimizasyonuna uygulanmıştır.

Optimizasyon problemlerinin çözümünde doğadaki optimizasyon süreçlerini taklit eden bir bakıma yapay zeka biliminin konusu olan doğal optimizasyon yöntemleri son zamanlarda pek çok araştırmacının ilgisini çekmektedir. Bu yöntemler çoğu kez global optimumu verirler ve klasik yöntemler gibi ileri cebrik araçları kullanmazlar. Pek çok problemin çözümde kullanılabildiklerinden esneklerdir. Ayrıca bu yöntemler stokastik temellere sahip oldukları için birden fazla çözüm sağlarlar. Optimizasyon problemlerinde kullanılan amaç fonksiyonları

genelde kompleks olduğu için bunların klasik yöntemlerle ele alınması doğal optimizasyon yöntemlerine göre daha zor olmaktadır.

Genetik algoritmalar doğada karşılaşılan bir optimizasyon süreci olan canlıların evrimi olayının bazı biyolojik kavramlarla birleştirilmesiyle oluşan bir doğal optimizasyon yöntemidir. Genetik algoritmalar birden fazla bireyi yani farklı çözümü kullanarak popülasyonun diğeri bir deyişle çözümler setinin global optimumuna yakınsamasını amaçlar. Başlangıç çözümleri rasgele üretilerek ve algoritmanın önemli bir noktası olan eşleştirme işlemi olasılık kurallarına göre yapılarak algoritma stokastik bir yapıya sokulur. Sonuç olarak hem bazı biyoloji ve evrim kuralları hem de rasgele bir şekilde popülasyonun global optimumuna yakınsaması hedeflenir.

5.1. PSO Algoritmasına Genel Bir Bakış

$f(x)$ amaç fonksiyonu ve D araştırma uzayını belirtmek üzere genel olarak bir global optimizasyon problemi bu araştırma uzayı içerisinde $f(x)$ amaç fonksiyonunu minimum yapan x değerlerinin bulunması olarak tanımlanabilir. Araştırma uzayının sınırları probleme göre tanımlanır. Amaç fonksiyonu olarak bu tezin 4. bölümünde incelenen duyarlık veya güvenilirlik kriterleri kullanılabilir. Optimizasyon değişkenleri olarak adlandırılan x değerleri ise jeodezik ağ optimizasyonun da kullanılan farklı tasarım derecelerine göre belirlenmektedir. Ayrıca bazen optimizasyon değişkenlerinin kısıtlamalar adı verilen bir takım koşulları da sağlamaları istenebilir. Bu durumda optimizasyon problemi kısıtlamalı optimizasyon olarak adlandırılmaktadır.

Global optimizasyon problemleri deterministik ve stokastik yöntemler olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Stokastik yöntemler global optimuma ulaşmak için olasılık bilimini kullanmaktadır. Diğeri bir deyişle bu teknikler araştırma uzayında stokastik arama yapmak suretiyle söz konusu araştırma uzayının global optimumuna yakınsamaktadırlar.

Stokastik araştırma yöntemlerine örnek olarak genetik algoritmalar gibi evrimsel hesaplama teknikleri verilebilir. Bu teknikler popülasyonu oluşturan potansiyel çözümlerin diğeri bir deyişle aday çözümlerin birbirleri arasındaki rekabet,

iş birliği ve etkileşimi kullanarak global optimum çözümü bulmaya çalışır. Genel olarak bu tekniklerin zor problemleri klasik yöntemlerden daha hızlı çözdükleri söylenebilir (Parsopoulos ve Vrahatis 2002).

PSO yöntemi sürü zekası adı verilen yöntemlerin önemli bir örneğidir (Kennedy ve Eberhart 2001). Global optimizasyon problemlerini çözmek için geliştirilmiştir. J. Kennedy tarafından canlılarda görülen sosyal davranışın simülasyonu için önerilen yöntem ilk kez 1995 yılında bir optimizasyon yöntemi olarak sunulmuştur (Kennedy ve Eberhart 1995; Eberhart ve Kennedy 1995).

PSO yönteminin en büyük avantajları kolaylıkla uygulanabilmesi ve hesap maliyetinin düşük olmasıdır. Ayrıca amaç fonksiyonun gradyan bilgisine ihtiyaç duymamaktadır. Sadece amaç fonksiyonunun değerlerine ve basit matematiksel operatörlere gereksinim duymaktadır. Amaç fonksiyonunun alabileceği değerler araştırma uzayının sınırları ile bellidir (Parsopoulos ve Vrahatis 2002). PSO yönteminin başarılı sonuç vermesi için dikkat edilecek en önemli husus ileriki sayfalarda incelenecek olan PSO parametrelerinin uygun bir şekilde seçilmesidir (Haupt ve Haupt 2004).

Evrimsel hesaplama tekniklerindeki birey ve populasyon kavramları PSO yönteminde sırasıyla partikül ve sürü deyimleriyle karşılanmaktadır. Her bir partikülün bir konum vektörü bir de değişebilir hız vektörü vardır. Bu vektörlerin boyutları çözülen probleme göre değişir. Partiküllerin belli bir hızla araştırma uzayının farklı bölgelerini taramak amacıyla *uçtuğu* varsayılmaktadır. Diğer bir deyişle partiküllerin hızları konum değişikliği olarak ta adlandırılabilir. Bu sayede partiküller her iterasyonda farklı bir yere hareket etmiş olmaktadır.

PSO' ya yapay zeka yöntemi denilmesinin sebebi partiküllerin bir hafızaya sahip olmasıdır. Partiküller her bir iterasyon adımında o iterasyona kadar araştırma uzayında kendi uğradıkları en iyi konumu hatırlarlar. Ayrıca her bir partikül o anki iterasyon adımına kadar bütün partiküller tarafından gerçekleştirilen en iyi konumuda bilmektedir. Bu iki bilgi sayesinde partiküller önce hızlarını daha sonrada konumlarını güncellemektedir. Diğer bir deyişle partiküller iteratif süreç boyunca daha iyi bir konuma doğru hareket etmektedir. Bir konumun iyiliği amaç fonksiyonunun aldığı değerle ölçülür. Tahmin edileceği üzere bir minimizasyon

problemde bir konum amaç fonksiyonunun ne kadar küçük bir değer almasını sağlıyorsa o konum o kadar iyi bir konumdur.

PSO' nun bugüne kadar iki farklı versiyonu geliştirilmiştir: global komşuluk versiyonu ve lokal komşuluk versiyonu. İlkinde partiküller konumlarını kendi önceki en iyi konumlarından başka tüm sürü içindeki en iyi partikülün konumuna göre güncellerken ikincisinde ise partiküller kendi önceki en iyi konumundan başka belli bir topolojiye göre tanımlanan ve sınırlı sayıda partikül içeren bir grubun en iyi partikülüne göre konumlarını güncellerler (Eberhart ve ark. 1996).

Araştırma uzayının D boyutlu olduğunu ve i . partikülün D boyutlu iki vektörle ifade edildiğini varsayalım. Bu vektörler konum vektörü; $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD})^T$ ve hız vektörüdür; $V_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD})^T$. Konum vektörü gözlem ağırlıkları gibi optimizasyon değişikliklerini içermektedir. i . partikül tarafından o zamana kadar ziyaret edilen en iyi konum $P_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD})^T$, en iyi partikül P_g ve n iterasyon sayısı olmak üzere hız ve konum güncellemeleri sırasıyla aşağıdaki denklemlere göre hesaplanır:

$$v_{id}^{n+1} = C(wv_{id}^n + c_1r_1^n(p_{id}^n - x_{id}^n) + c_2r_2^n(p_{gd}^n - x_{id}^n)) \quad (5.1)$$

$$x_{id}^{n+1} = x_{id}^n + v_{id}^{n+1} \quad (5.2)$$

Bu denklemlerde $d = 1, 2, \dots, D$; $i = 1, 2, \dots, N$, ve N partiküllerin sayısı; c_1 ve c_2 pozitif sabitler, r_1 ve r_2 $[0,1]$ aralığında uniform dağılımlı rasgele sayılar, n iterasyon sayısı, w atalet ağırlığı, C ise kısıtlama faktörüdür. Bu parametreler bir sonraki bölümde ayrıntılı bir şekilde incelenecektir.

5.2. PSO Parametreleri

PSO yöntemi ilk olarak w atalet ağırlığı ve C kısıtlama faktörü kullanılmadan sunulmuştur. Ayrıca partiküllerin hızını kısıtlayan bir kontrol mekanizması da kullanılmamıştır. Hız için bir maksimum değer kullanılmaması partiküllerin araştırma uzayı dışına çıkmalarına sebep olmaktadır. Bu nedenle Eberhart ve ark.

(1996) tarafından bir partikülün hızının maksimum partikül hareketinin bir oranıyla kısıtlandırılması önerilmiştir (Banks ve ark. 2007). Bu maksimum değer V_{\max} olarak adlandırılır. Eğer partikülün hızı bunu aşarsa V_{\max} değerine eşitlenir. V_{\max} parametresi algoritmanın global ve lokal arama kabiliyetleri arasındaki denge açısından önemli bir faktördür. V_{\max} için büyük bir değer kullanılması global arama kabiliyetini artırır, küçük bir V_{\max} ise lokal aramayı kolaylaştırır. Öte yandan çok küçük bir V_{\max} lokal optimum bir çözümün elde edilmesine çok büyük bir V_{\max} ise partikülün önceki iyi bir çözümün etrafında salınım yapmasına neden olmaktadır (Eberhart ve Shi 2001; Gallad ve ark. 2002; Parsopoulos ve Vrahatis 2002).

Bununla birlikte PSO algoritması için bir diğer önemli problem algoritmanın prematüre çözümlere (erken ulaşılan iyi bir çözüm) yakınsamaya meyilli olmasıdır. Bunu halletmek içinse w atalet ağırlığı ve C kısıtlama faktörünün kullanılması önerilmiştir.

w atalet ağırlığı önceki hızların şimdiki hızlar üzerindeki etkisini kontrol etmekte ve sürünün global ve lokal arama kabiliyetleri arasındaki dengesini doğrudan etkilemektedir. w atalet ağırlığı bir partikülün hızının ani değişimler göstermemesini sağlamaktadır. Büyük bir w atalet ağırlığı global aramayı kolaylaştırırken küçük bir w atalet ağırlığı lokal aramayı kolaylaştırmaktadır. Uygun bir w atalet ağırlığı ihtiyaç duyulan iterasyon sayısını azaltır, global ve lokal arama dengesinin sağlar ve sürünün optimal çözüme yakınsamasını sağlar. Bu sayede algoritmanın etkinliği artmaktadır. Genel olarak başlangıçta 1 civarında bir atalet ağırlığı kullanılması ve bunun iteratif işlem boyunca azaltılması önerilmektedir. Böylece ilk başta araştırma uzayının çok farklı bölgeleri partiküller tarafından ziyaret edilmekte (global arama) daha sonra araştırma uzayının en iyi bölgelerinin ince ayarı yapılmaktadır (lokal arama). Atalet ağırlığı aşağıdaki formüle göre hesaplanabilir:

$$w = \frac{mxt - crt}{mxt} \quad (5.3)$$

Burada mxt maksimum iterasyon sayısı, crt ise güncel iterasyon sayısıdır.

C kısıtlama faktörü hızların V_{\max} parametresine benzer şekilde

sınırlandırılmasını ve algoritmanın yakınsama kabiliyetinin artırılmasını sağlar (Banks ve ark. 2008). Clerck ve Kennedy (2002) de PSO yönteminin performansını arttırmak için aşağıdaki formülün kullanılması önerilmiştir:

$$C = \frac{2}{\left| \varphi - 2 + \sqrt{\varphi^2 - 4\varphi} \right|} \quad (5.4)$$

Burada $\varphi = c_1 + c_2$ ve $\varphi > 4$ 'tür. Bu formül için $c_1 = c_2 = 2.05$ ve $\varphi = 4.1$ olarak alınırsa $C = 0.729$ olarak hesaplanır. Atalet ağırlığı ve kısıtlama faktörü kullanıldığı zaman V_{\max} parametresine ihtiyaç duyulmamaktadır (Banks ve ark. 2008).

c_1 ve c_2 sırasıyla idraki sabit ve sosyal sabit olarak adlandırılır. İlki bir partikülün kendi tecrübesinin hız ve konum güncellemesini nasıl etkilediğini kontrol ederken ikincisi partiküller arasındaki etkileşimi etkilemektedir. Bu sabitler için Parsopoulos ve Vrahatis (2002)'de 0.5 değerinin kullanılması önerilmiştir.

PSO yönteminin bir diğer önemli parametresi de sürüdeki toplam partikül sayısıdır. Kullanılacak olan partikül sayısı çözülecek probleme göre değişir. Doğal olarak basit problemlerde az sayıda partikül kullanılabilirken, problemin boyutu arttıkça diğer bir deyişle optimizasyon değişkenlerinin sayısı arttıkça gerekli olan partikül sayısı da artacaktır. Genel olarak PSO gibi populasyon tabanlı algoritmalarda birey (PSO' da partikül) sayısı az olduğu zaman lokal optimuma düşme tehlikesi vardır. Öte yandan, partikül sayısı arttıkça PSO yöntemi daha iyi performans göstermesine rağmen hesap süresi de artmakta algoritmanın hızı ise azalmaktadır (Gallad ve ark. 2002; Osyczka 2002). Genel olarak birey sayısı 50-500 arasında değişmektedir. Çok basit problemlerde ise 20-30 hatta 10 partikül bile yeterli olabilir.

PSO gibi iteratif yöntemlerde algoritmanın ne zaman durdurulacağı diğer bir deyişle en uygun durdurma kriterlerinin belirlenmesi bir diğer önemli konudur. En basit durdurma kriterlerinden biri algoritmanın belli bir iterasyon sayısına ulaşıldığı zaman durdurulmasıdır. Örneğin iterasyon sayısı 100 adet olabilir. Ancak iterasyon sayısı durdurma kriteri olarak seçildiği zaman 2 temel problemle karşılaşılabilir.

İterasyon sayısının gerekenden az olması durumunda global optimum dışında bir çözüm elde edilebilir. Öte yandan gerekenden fazla sayıda iterasyon sayısı kullanılırsa hesap süresi artacaktır. Amaç fonksiyonun değerlendirilmesi sonuçlarına bakarak ta algoritmanın durdurulup durdurulmayacağına karar verilebilir. Eğer amaç fonksiyonu değerinde önemli bir değişiklik gözlenmiyorsa algoritma durdurulabilir. Eğer amaç fonksiyonu değerlendirmesi kullanılacaksa 2 farklı durdurma kriteri kullanılabilir. İlkinde partiküllerin kaçta kaçının belli bir değere yakınsadığı kontrol edilir. Örneğin uygun bir durdurma kriteri seçilmesi durumunda global optimum elde edildiği zaman bütün partiküllerin konum vektörleri aynı olacaktır. Fakat bütün partiküllerin değil de sürünün belli bir yüzdesinin yakınsaması da durdurma kriteri olarak alınabilir. İkinci kriter ise çözüm söz gelimi 10 iterasyon için değişmeden kalıyorsa algoritma durdurulur (Osyczka 2002; Dare ve Saleh 2000). Son olarak eğer amaç fonksiyonunun global optimum değeri biliniyorsa bu değere ulaşıncaya kadar iterasyon sürdürülür.

PSO ile ilgili olarak tartışılması gereken bir diğer önemli nokta PSO yönteminin stokastik bir yöntem olmasıdır. PSO stokastik bir yöntem olduğu için başlangıç sürüsü rasgele oluşturulmakta ve hız dolayısıyla konum güncellemeleri rasgele sayılar kullanılarak gerçekleştirilmektedir. Dolayısıyla rasgele sayıların üretilmesi büyük önem taşımaktadır. PSO yöntemi ile bir problem çözerken farklı bir başlangıç sürüsü kullanıldığı zaman her defasında farklı bir çözüm elde edilecektir. Diğer bir deyişle algoritmayı bir kez koşturarak sonuçların doğruluğu hakkında yorum yapılamaz. Bunun içinde algoritmanın birden çok koşulması gerekir. Bu şekilde çok sayıda rasgele çözüm gerçekleştirilerek elde edilen en iyi çözümün sonuçları kullanılır. Rasgele sayıların üretilmesinde Matlab gibi bilgisayar programları kullanılabilir. Bu tür bilgisayar programlarında rasgele sayılar üreten fonksiyonların bir de “seed” fonksiyonu vardır. Seed, rasgele sayı üreten fonksiyon her çağrıldığında üretilen rasgele sayıların sırasını belirler. Böylece üretilen sayılar rasgele değil de pseudo-rasgele olur. Ancak bu ayrım PSO için önemli olmasa da ilk başta verilen seed değerinin sonuçlar üzerinde önemli etkisi vardır. Algoritma farklı seed değerleri ile koşturulduğunda çok farklı sonuçlar elde edilebilir. Bunun sebebi farklı başlangıç seed değerlerinin farklı başlangıç sürüleri üretmesidir. Algoritma farklı başlangıç seed değerleri ile çok sayıda (örneğin 10 kere) koşturularak elde

edilen en iyi, en kötü ve ortanca değerler karşılaştırılabilir (Osyczka 2002).

5.3. PSO Algoritmasının Genel Yapısı

PSO algoritmasının işlem adımları aşağıdaki gibi verilebilir:

1. Başla; $j = 0$
 - a) Amaç fonksiyonu, optimizasyon değişkenleri ve kısıtlamaların belirlenmesi
 - b) Parametrelerin, durdurma kriterlerinin ve komşuluk topolojisinin seçilmesi
 - c) Partikül konumlarının araştırma uzayında rasgele üretilmesi; x_i^0
 - d) Başlangıç hızlarının sıfıra ayarlanması; $v_i^0 = 0$
 - e) $j = 1$
2. Optimizasyon
 - a) Partikül konumlarını x_i kullanarak amaç fonksiyonunun değerinin belirlenmesi; f_i^j
 - b) Eğer $f_i^j \leq f_i^{best}$ ise $f_i^j = f_i^{best}$ ve $p_i = x_i^j$ yap
 - c) Eğer $f_i^j \leq f_{global}^{best}$ ise $f_{global}^{best} = f_i^j$ ve $p_g = x_i^j$ yap
 - d) Durdurma kriteri sağlanıyorsa 3. adıma geç
 - e) v_i^j partikül hızlarını güncelle
 - f) x_i^j partikül konumlarını güncelle
 - g) j değerini arttır.
 - h) 2(a)'ya git
3. Durdur

6. SAYISAL UYGULAMALAR

Bu bölümde, bu araştırmanın konusu olarak şu ana kadar incelenen tekniklerin bazı uygulamalara yer verilmiştir. 6.1 bölümünde bir GPS ağında optimum baz seti ölçüt matrisi kavramından yararlanarak gerçekleştirilen 2. derece tasarım probleminin PSO algoritmasıyla çözülmesiyle seçilmiştir. 6.2 bölümünde bir robust yöntem olan L_1 norm minimizasyonu ile bir GPS ağının dengelenmesi gerçekleştirilmiştir. Son olarak 6.3 bölümünde bir GPS ağının robustluk analizi yapılmıştır. Bütün sayısal uygulamalar MATLAB programı kullanılarak yapılmıştır.

6.1. PSO Algoritması ile Bir GPS Ağının 2. Derece Tasarımı

GPS ağlarında sonuçların kalitesini etkileyen faktörlerden birisi bazların sayısı ve dağılımıdır. GPS ağlarında ölçü planlaması jeodezik 2.derece tasarım problemi çözülerek gerçekleştirilebilir. Böyle bir problemin amacı alet seçimini kolaylaştırmak, gereksiz ölçü yapılmasını önlemek ve ağın amaçlarına göre belirlenen duyarlık gibi optimizasyon kriterlerini sağlayan en ekonomik ölçü planını bulmaktır. Bir GPS ağı için en iyi duyarlık ve güvenilirlik kriterleri mümkün olan bütün uyduların izlenmesi ve ağda ölçülebilecek bütün bazların ölçülmesi ile elde edilebilir. Bununla birlikte, maliyet, zaman ve efordan kazanmak için bazı bazların elemine edilmesi gerekir. Ancak bazı bazları ölçü planından çıkarırken ağın istenen optimizasyon kriterlerini de sağlaması istenir. Bu doğrultuda, stokastik bir optimizasyon yöntemi olan PSO algoritması arazide ölçülecek olan optimum baz setinin belirlenmesinde kullanılabilir. Bu çalışmada ağdan beklenen duyarlığı ifade eden bir ölçüt matrisini uygun bir maliyetle sağlayan optimum baz setinin PSO algoritması ile seçilmesi amaçlanmıştır. Optimum baz seti seçildikten sonra oturumların sayısı ve sırası alıcı, personel ve taşıma araçlarının durumuna göre kolaylıkla belirlenebilir (Dare ve Saleh 2000).

GPS ağ optimizasyonunun temel amaçları uydular ve yer istasyonları için optimum kombine geometrik kombinasyonu bulmak ve isteğe bağlı olarak duyarlık ve/veya güvenilirlik-direnç kriterlerini minimum maliyetle sağlayan optimal gözlem doğruluklarını bulmaktır (Kuang 1996).

GPS teknolojisi ile rölatif koordinatları belirlenecek noktalar seti, mevcut aletlerin doğruluğu, mümkün olan bütün bazların listesi ve rölatif koordinatlar için duyarlık kriterleri verilmişse 2. derece tasarım problemi çözümler için duyarlık ve maliyet kriterlerini sağlayan optimal ağırlıklar belirlenebilir. Elde edilen bu ağırlıklar 2 gruba ayrılır. İlk grup ağırlıklar sıfır veya önemsiz ağırlıklardır. Bu gruptaki bazlar ölçü planından çıkartılır. 2. grup ağırlıklar ise önemli ağırlıklar olarak adlandırılır. Bu gruptaki bazlar ise ölçü planını oluşturur. Bir ölçünün ağırlığının önemsiz ve önemli olduğuna karar vermek önemli ölçüde probleme bağlıdır. Örneğin optimizasyon işlemi sonucu bulunan optimal ağırlık eldeki aletlerin duyarlığına göre hesaplanan maksimum ağırlıktan 5 kat veya daha fazla düşük ise o ağırlık önemsiz kabul edilir ve ilgili ölçü, ölçü planından çıkartılır (Kuang 1996).

Şekil 6-1'de verilen jeodezik ağ GPS rölatif konum belirleme tekniği ile koordinatları belirlenecek olan 7 adet noktadan oluşmaktadır. Maksimum ölçü planında toplam 21 adet baz bulunmaktadır. Eldeki GPS alıcıları ile bir bazın

$$\sigma_s = 3\text{mm} + 0.5\text{ppm} \cdot s \quad (6.1)$$

duyarlık ile belirlenebileceği varsayılmaktadır. s km biriminde baz uzunluğudur. 1 numaralı nokta ağın datumunu sağlamaktadır. Eğer bütün bazlar (6.1) eşitliği ile verilen duyarlıkla ölçülürse elde edilecek C_x varyans-kovaryans matrisinin elemanları Çizelge 6-1'de 2.sütunda verilmiştir. Bu duyarlıklar ağ için elde edilebilecek maksimum duyarlıklardır. Dolayısıyla maksimum duyarlıkların bir miktar azaltılması ekonomik bir ağın oluşturulmasını sağlayabilir. Bunun için maksimum duyarlıklarda belli bir miktar kötüleştirme yaparak istenen duyarlığı içeren bir ölçüt matrisi kurulabilir. Bu örnekte ağ noktalarının maksimum duyarlığından 2 mm'lik bir azalma kabul edilmiştir. Buna göre ölçüt matrisi

$$C_s = \text{diag}\{0 \quad 0 \quad 0 \quad \sigma_{2x}^2 \quad \sigma_{2y}^2 \quad \sigma_{2z}^2 \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \sigma_{7x}^2 \quad \sigma_{7y}^2 \quad \sigma_{7z}^2\} \quad (6.2)$$

şeklinde verilen köşegen bir matristir.

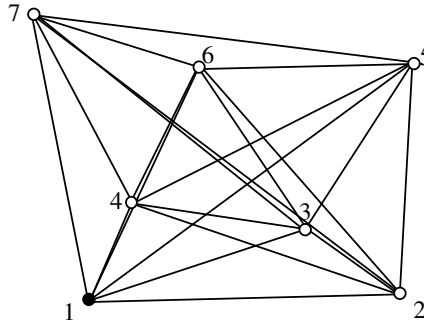
Burada

$$\sigma_{ij}^2 = (\sigma_{0ij} + 2.0)^2 \quad (\text{mm})^2 \quad (i = 2, \dots, 7; j = x, y, z) \quad (6.3)$$

σ_{0ij} bütün bazların ölçülmesi durumunda ağ noktalarının koordinat bileşenleri için gerçekleştirilebilir minimum standart sapma değerleridir. Yani maksimum duyarlıklardır. Ölçüt matrisinin elemanları ise Çizelge 6-1'de 3.sütunda verilmiştir.

Çizelge 6.1 Orijinal varyans-kovaryans matrisi ve ölçüt matrisi elemanları

Nokta	$C_x (mm^2)$	$C_s (mm^2)$
2	7.8524	23.0613
3	7.2315	21.9881
4	6.8569	21.3312
5	8.7031	24.5035
6	8.4369	24.0554
7	9.2562	25.4258



Şekil 6.1 Mümkün olan tüm bazlar (toplam:21)

Bu problemde amaç kabul edilen ölçüt matrisine en iyi yaklaşımı sağlamaktır. Yani bu ölçüt matrisini gerçekleştiren ağırlık değerlerini belirlemektir. Buna göre (4.13) de verilen amaç fonksiyonu kullanılabilir.

Tasarım aşamasında baz bileşenlerinin duyarlılığı

$$\sigma_{\Delta x}^2 = \sigma_{\Delta y}^2 = \sigma_{\Delta z}^2 = a^2 + b^2 s_i^2 = \sigma_i^2 \quad (6.4)$$

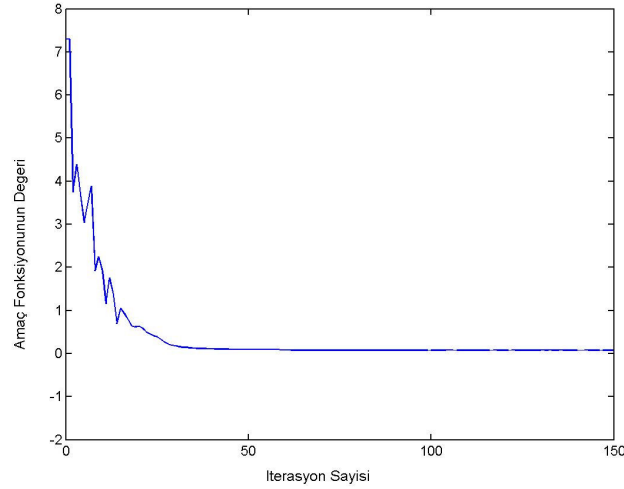
şeklinde ifade edilebilir. a ve b katsayılarının nominal değerleri üretici firma tarafından verilir. Baz bileşenleri arasındaki bütün korelasyonların ihmal edilmesi durumunda i bazının ağırlığı

$$P_i = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_i^2} \quad (i = 1, \dots, n) \quad (6.5)$$

şeklinde verilir (Kuang 1996). (6.1) ve (6.5) eşitliğinden yararlanarak hesaplanan ağırlıklar ve bunlara karşılık gelen standart sapmalar Çizelge 6-2'de sırasıyla P(max.) ve σ sütunları altında verilmiştir. Bunlar sırasıyla maksimum ağırlıklar ve minimum standart sapmalardır. Minimum ağırlıklar ise 0'dır. Maksimum ve minimum ağırlıklar PSO algoritmasındaki araştırma uzayını tanımlamaktadır. Yani partikül konumları maksimum ve minimum ağırlıklarla sınırlandırılmıştır.

Problemin PSO ile çözümünde 100 adet partikül kullanılmıştır. Başlangıçta her bir partikül farklı bir ağırlık matrisini diğer bir deyişle farklı bir çözümü temsil etmektedir. Partiküllerin hızları başlangıçta 0 olarak belirlenmiştir. c_1 ve c_2 sabitleri 0.5, kısıtlama faktörü ise 0.729 olarak seçilmiştir. Atalet ağırlığı (5.3) eşitliğine göre hesaplanmıştır. Buna göre atalet ağırlığı değeri ilk iterasyonda 1 değerinden başlayarak son iterasyonda 0 değerine doğru azalmaktadır. Bu sayede başlangıçta global arama daha sonra da lokal arama yaparak bu ikisi arasında iyi bir denge sağlamaya çalışılmıştır. Algoritmanın 150. iterasyon adımından sonra durdurulması kabul edilmiştir.

Şekil 6-2'den de görüldüğü gibi amaç fonksiyonunun değeri sıfıra diğer bir deyişle global optimuma yakınsamaktadır. Buna göre 150 iterasyonun yeterli olduğu söylenebilir. Bu ağırlıkların artık değişmediği ve bütün partiküllerin aynı ağırlık değerlerine ulaştığı anlamına gelmektedir.



Şekil 6.2 Amaç fonksiyonu değerinin değişimi

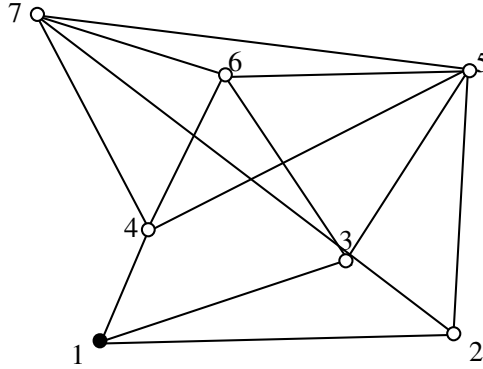
PSO ile bulunan optimal ağırlıklar ve bunlara karşılık gelen optimal standart sapmalar Çizelge 6-2’de sırasıyla 6. ve 7. sütunlarda verilmiştir. Optimal ağırlıklar önemli ağırlıklar ve önemsiz ağırlıklar olarak gruplandırılmıştır. Önemli ağırlıklar maksimum ağırlıklardan daha küçük olabilir. Bu nedenle önemli ağırlıkların yerine maksimum ağırlık değerlerine göre ölçü planı oluşturulmuştur. Çünkü bulunan optimal ağırlıkların pratik olarak bir anlamı yoktur. Diğer bir deyişle optimal ağırlıklara göre bazları ölçmek imkansızdır. Ağırlığı sıfır veya önemsiz olan bazlar ise ölçü planından çıkartılmıştır.

Eğer bir ölçünün optimal ağırlığı maksimum ağırlığından önemli ölçüde küçükse bu ölçünün optimal ağırlığı önemsiz kabul edilir (Kuang 1996). Ancak bu seçim biraz keyfi yapılmaktadır. Örneğin bu örnekte bir ölçünün maksimum ağırlığı optimal ağırlığından 3.3 kat daha küçükse önemsiz kabul edilmiştir. Bu nedenle, 1-5, 1-6, 1-7, 2-3, 2-4, 2-6, 3-4 ve 3-7 bazlarının optimal ağırlıkları önemsiz kabul edilmiş ve bu bazlar ölçü planından çıkartılmıştır. Bu 8 bazın silinmesiyle hem zaman, maliyet ve efordan % 38.1 oranında tasarruf sağlanmış hem de problemin başında öne sürülen duyarlık kriterleri sağlanmıştır. Optimize edilmiş ölçü planı ile optimizasyon sonucu silinen bazlar sırasıyla Şekil 6-3 ve Şekil 6-4’de verilmiştir. Optimizasyon sonucunda ölçü planından çıkartılacak olan gözlemlerin seçilmesinde optimal standart sapmalarda kullanılabilir. Örneğin Çizelge 6-2 dikkatle incelenirse

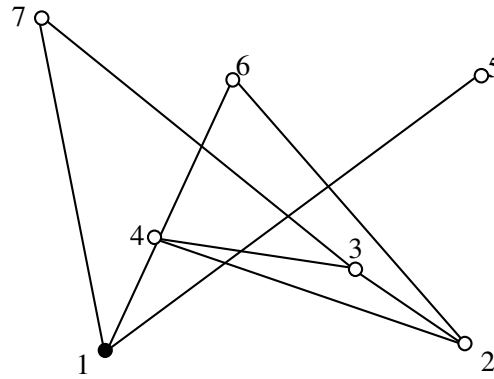
Çizelge 6.2 Optimizasyon sonuçları

Baz	Mesafe (km)	$\sigma(mm)$	P(min.)	P(max.)	P(optimal)	$\sigma_{OPT}(mm)$
1-2	4.50	5.25	0	0.03628	0.02167	6.8
1-3	3.64	4.82	0	0.04304	0.020159	7.0
1-4	2.24	4.12	0	0.05891	0.018453	7.4
1-5	6.73	6.36	0	0.02468	0	∞
1-6	6.18	6.09	0	0.02696	0.0064	12.5
1-7	7.02	6.51	0	0.02360	0.0004	50.0
2-3	1.41	3.70	0	0.07285	0	∞
2-4	4.03	5.01	0	0.03976	0.0081	11.1
2-5	4.53	5.26	0	0.03607	0.0224	6.7
2-6	6.71	6.35	0	0.02476	0.0072	11.8
2-7	8.60	7.30	0	0.01877	0.0129	8.8
3-4	2.69	4.34	0	0.05297	0.0159	7.9
3-5	3.81	4.90	0	0.04156	0.0382	5.1
3-6	5.39	5.69	0	0.03083	0.0166	7.8
3-7	7.21	6.60	0	0.02292	0.0067	12.2
4-5	4.72	5.36	0	0.03481	0.0146	8.3
4-6	4.03	5.02	0	0.03976	0.0263	6.2
4-7	5.22	5.61	0	0.03177	0.0227	6.6
5-6	4.74	5.37	0	0.03468	0.0125	8.9
5-7	6.04	6.02	0	0.02759	0.0246	6.4
6-7	2.24	4.12	0	0.05891	0.0513	4.4

optimal standart sapması 10 mm' nin üzerinde olan bazlar ölçü planından çıkartılmıştır. Çünkü elimizdeki alıcıların duyarlığına göre bu standart sapmalar çok düşük kalmaktadır.



Şekil 6.3 Optimize edilmiş ölçü planı (13 baz)



Şekil 6.4 Optimizasyon ile silinen bazlar (toplam:8)

Son olarak Çizelge 6-3'te noktaların standart sapmalarının son ölçü planından elde edilen değerleri σ_{opt} sütunu altında verilmiştir. Buradan duyarlığın 2.0 mm kötüleştirilmesi kriterinin bütün noktalar için sağlandığı görülmektedir. Tüm bazların ölçülmesi durumunda elde edilecek olan maksimum duyarlıklar ise yine Çizelge 6-3'te σ_{min} sütunu altında verilmiştir.

Çizelge 6.3 Orijinal ve optimum ağıın duyarlıklarının karşılaştırılması

Nokta	$\sigma_{\min} (mm)$	$\sigma_{opt} (mm)$	$\sigma_{\min} - \sigma_{opt}$
2	2.8	3.9	1.1
3	2.7	3.7	1.0
4	2.6	3.3	0.7
5	3.0	3.7	0.7
6	2.9	3.9	1.0
7	3.0	4.1	1.1

6.2. Bir GPS Ağıının Robust L_1 Norm Yöntemi ile Dengelenmesi

Literatürde yer alan robust kestirim yöntemlerinin çoğu korelasyonsuz ölçüler için sunulmuştur. Bununla birlikte GPS ağlarında baz bileşenleri veya bazlar korelasyonlu olabilir. GPS ile rölatif konum belirleme tekniğinde 2 alıcı kullanıldığında baz bileşenleri, 3 veya daha fazla alıcı kullanıldığında ise bazlar arasındaki korelasyon dengelemede stokastik model oluşturulurken dikkate alınmalıdır. GPS ağlarına robust yöntemler uygulandığı zaman korelasyonun dikkate alındığı en önemli çalışma Yang ve ark. (2002)'dir. Bu çalışmada ağırlık elemanları için bifaktör indirgeme modeli kullanılmıştır. Bifaktör indirgeme modeli ölçülerde kaba hata olduğu zaman klasik EKKY'den daha iyi sonuç verdiği gibi orijinal korelasyon katsayılarını da değiştirmemektedir.

Bu bölümde Simkooei (2003) tarafından klasik jeodezik ağlarda Gauss-Markov modeli için formülasyonu verilen robust L_1 norm minimizasyon yöntemi bir GPS ağına uygulanmıştır. Burada verilen örneğin amacı dört farklı durum için EKKY ile L_1 norm minimizasyon yöntemini karşılaştırmaktır. Bu dört farklı durum sırasıyla rasgele hatalı ölçülere EKKY'nin uygulanması, kaba hatalı ölçülere EKKY'nin uygulanması, rasgele hatalı ölçülere L_1 norm minimizasyon yönteminin uygulanması ve kaba hatalı ölçülere L_1 norm minimizasyon yönteminin uygulanmasıdır.

Bu tezin Robust Kestirim bölümünde verilen L_1 norm minimizasyon

yönteminin GPS ağlarına uygulanabilmesi için bir miktar değiştirilmesi gerekmektedir. Çünkü Simkooei (2003)'de verilen formülasyon ağırlık matrisinin diagonal olmasını öngörmektedir.

Kai ve Borre (1997)'de verilen Cholesky çarpanlarına ayırma yöntemiyle ağırlık matrisi köşegenleştirilebilir. Bu işlem sonucu ağırlık matrisi birim matrise dönüşmektedir. Ancak ağırlık matrisi birim matrisi olarak alındığında dengeleme ile bulunacak koordinatların ağırlık matrisinin orijinali alındığında bulunacak koordinatlarla aynı çıkması için A katsayılar matrisi ile I ölçüler vektöründe değiştirilmesi gerekmektedir.

P ağırlık matrisi Cholesky yöntemi ile çarpanlarına

$$P = W^T W \quad (6.6)$$

şeklinde ayrılır. W matrisini kullanarak dönüştürülmüş A' matrisi ve I' vektörü sırasıyla

$$A' = WA \quad (6.7)$$

$$I' = WI \quad (6.8)$$

şeklinde elde edilir (Kai ve Borre 1997).

Buradan hareketle (2.54)'de verilen A matrisi ile b matrisi aşağıdaki gibi değiştirilmelidir.

$$\begin{bmatrix} A' & -A' & I & -I \\ D^T & -D^T & Z & Z \end{bmatrix} = \underline{A}; \quad \begin{bmatrix} I' \\ 0 \end{bmatrix} = \underline{b} \quad (6.9)$$

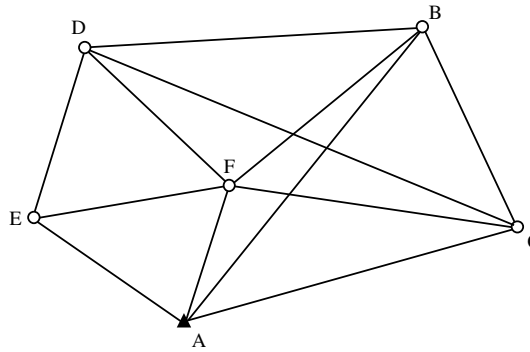
(2.53)'da verilen c vektöründeki ağırlık elemanları yerine 1 değerleri kullanılmalıdır.

Dengeleme hesabının matris ve vektor elemanlarını bu şekilde değiştirdikten sonra ister L_1 norm minimizasyonu isterse EKKY kullanılsın elde edilecek koordinat değerleri orijinal matris ve vektörleri kullanarak yapılacak hesaplamalarla aynı

çıkacaktır (Kai ve Borre 1997).

Şekil 6-5'deki 6 nokta ve 13 bazdan oluşan bir GPS ağı L_1 norm minimizasyonu ile EKKY'ni karşılaştırmak için kullanılmıştır. Ağın datumu 1 numaralı noktanın koordinatları sabit tutularak sağlanmıştır.

Ölçüler için iki farklı durum göz önünde bulundurulmuştur. Birinci durumda sadece normal dağılımlı rasgele hatalar ölçüleri etkilemektedir. İkinci durumda ise ΔX_{BC} baz bileşenine -3 m, ΔZ_{DE} baz bileşenine $+7$ m ve ΔY_{BF} baz bileşenine de $+4$ m kaba hata eklenmiştir. Uyuşumsuz ölçüler Çizelge 6-4'de verilmiştir.



Şekil 6.5 GPS Ağı (Wolf ve Ghilani, 1996)

Çizelge 6.4 Uyuşumsuz ölçüler

Baz Bileşeni	Uyuşumsuz Ölçüler
ΔX_{BC}	3960.5442 -3m
ΔZ_{DE}	-6596.6697 +7m
ΔY_{BF}	5686.2926 +4m

GPS ağı önce ölçüler sadece rasgele hatalar ile yüklüken EKKY ve L_1 norm minimizasyon yöntemi ile dengelenmiştir. Bu dengelemeler sonucunda elde edilen koordinat değerleri Çizelge 6-5'de verilmiştir.

Kaba hatalara karşı hangi yöntemin daha iyi olduğunu görmek için bu kez Çizelge 6-4'de verilen uyuşumsuz baz bileşenlerinin de içeren ölçü setine EKKY ve L_1 norm minimizasyon yöntemi uygulanmıştır. Bunun sonucunda elde edilen

koordinatlar ise Çizelge 6-6'da verilmiştir.

Çizelge 6.5 Rasgele hatalı ölçülerin dengelenmesi sonucu bulunan koordinatlar

N	Dengelenmiş Koordinatlar (L_1 norm)			Dengelenmiş Koordinatlar (EKKY)		
	X	Y	Z	X	Y	Z
A	402.3509	-4652995.3011	4349760.7775	402.3509	-4652995.3011	4349760.7775
B	8086.0314	-4642712.8478	4360439.0689	8086.0302	-4642712.8460	4360439.07
C	12046.5800	-4649394.0844	4353160.0549	12046.5802	-4649394.0859	4353160.0552
D	-3081.5827	-4643107.3681	4359531.1143	-3081.5799	-4643107.3660	4359531.112
E	-4919.3419	-4649361.2182	4352934.4479	-4919.3400	-4649361.2160	4352934.442
F	1518.8013	-4648399.1442	4354116.6829	1518.8001	-4648399.1459	4354116.68

Çizelge 6.6 Kaba hatalı ölçülerin dengelenmesi sonucu bulunan koordinatlar

N	Dengelenmiş Koordinatlar (L_1 norm)			Dengelenmiş Koordinatlar (EKKY)		
	X	Y	Z	X	Y	Z
A	402.3509	-4652995.3011	4349760.7775	402.3509	-4652995.3011	4349760.7775
B	8086.0343	-4642712.8369	4360439.0734	8086.2753	-4642711.2218	4360438.5480
C	12046.5885	-4649394.0836	4353160.0584	12045.7800	-4649393.5554	4353158.9638
D	-3081.5753	-4643107.3782	4359531.1141	-3081.7359	-4643107.0213	4359529.0971
E	-4919.3655	-4649361.2153	4352934.4525	-4919.3789	-4649361.1177	4352935.9340
F	1518.8033	-4648399.1459	4354116.683	1518.8352	-4648399.1837	4354116.4181

Bütün hesaplamalarda baz bileşenleri arasındaki korelasyon dikkate alınmıştır. Yani orijinal ağırlık matrisi blok diagonal bir matristir.

GPS ağının EKKY ve L_1 norm yöntemi ile dengelenmesi yapılarak aşağıdaki sonuçlar bulunmuştur :

1-Ölçüler sadece rasgele hatalarla yüklü olduğu zaman L_1 norm minimizasyonu EKKY'ne yakın sonuç vermektedir (Çizelge 6-5'e bakınız).

2-Uyuşumsuz ölçü olması durumunda da L_1 norm minimizasyonu EKKY'den daha iyi sonuç vermektedir. Çizelge 6-6 dikkatle incelenecek olursa ölçüler ister sadece rasgele hatalarla yüklü olsun isterse bazı ölçüler uyuşumsuz olsun, L_1 norm minimizasyonu birbirine yakın sonuç vermektedir. Ayrıca bu sonuçlar rasgele hatalı ölçülere EKKY uygulanması durumunda elde edilen sonuçlara çok yakın değerlerdir. EKKY ise uyuşumsuz ölçü olduğu zaman oldukça kötü sonuç vermektedir. Örneğin uyuşumsuz ölçüler söz konusu olduğu zaman B noktasının Y koordinatı için bulunan

değer rasgele hatalı ölçüleri kullanarak bulunan değerden tam 1.625 m farklı çıkmaktadır.

Çizelge 6.7 L_1 norm ve EKKY ile dengeleme sonucu bulunan düzeltmeler

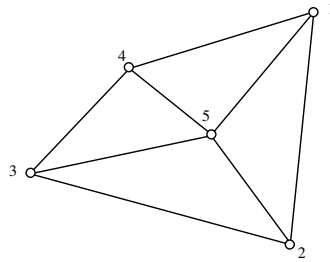
Düzeltilmeler (m)							
Ölçü No	L_1	Ölçü No	L_1	Ölçü No	EKKY	Ölçü No	EKKY
1	0.0144	20	0.0059	1	-0.7941	20	0.0437
2	0.0014	21	-0.0030	2	0.5296	21	0.2619
3	0.0284	22	-0.0048	3	-1.0662	22	-0.8451
4	0	23	0.0023	4	-0.0134	23	0.5683
5	0.0107	24	-0.0046	5	0.1083	24	-0.8342
6	0.0105	25	-0.0288	6	1.4920	25	-0.0741
7	3.0100	26	0.0006	7	-1.0395	26	0.1360
8	0	27	-0.0005	8	-1.0868	27	1.7460
9	-0.0002	28	0.0014	9	-0.5693	28	-0.1911
10	0.0004	29	-0.0123	10	-0.4012	29	0.3825
11	-0.0213	30	0.0011	11	-1.2794	30	-1.7510
12	0.0007	31	0.0010	12	-1.4909	31	0.2102
13	0.0038	32	-3.9836	13	-0.644	32	1.6693
14	0.0046	33	0.0004	14	0.1759	33	-0.2601
15	0.0043	34	-0.0010	15	0.9268	34	-0.2102
16	-0.0402	35	-0.0090	16	0.1070	35	-1.6619
17	0.0129	36	-0.0104	17	-0.2465	36	0.2501
18	-6.9919	37	-0.0067	18	3.5067	37	0.0252
19	-0.0033	38	0.0001	19	-0.0352	38	-0.0377
		39	-0.0086			39	-0.2735

3- Çizelge 6-7'de L_1 norm minimizasyonu ve EKKY sonucu elde edilen düzeltmeler verilmiştir. Çizelgeye göre L_1 norm minimizasyonu kaba hata miktarlarını büyük oranda ilgili ölçünün düzeltilmesine yansıtmaktadır. Bu değerler italik koyu karakterlerle gösterilmiştir. EKKY ise 3., 6. ve 12. gibi pek çok iyi ölçüyü kaba hatalıymış gibi göstermektedir. Bu değerler ise koyu karakterlerle verilmiştir. Tablo dikkatle incelenirse uyumsuz ölçüler olan 7., 18. ve 32. gözlemlerdeki kaba hatalar EKKY'inde düzeltmelere tam olarak yansımamaktadır (italik değerlere bakınız). Bu EKKY'nin uyumsuz ölçü belirlemede ne kadar başarısız bir yöntem olduğunun göstergesidir.

4- L_1 norm minimizasyonu 4. ve 8. gibi bazı ölçülerin düzeltmesini 0 olarak bulmuştur. Yani bu yöntemde bir zorlama vardır. Bazı ölçülerin düzeltme değerlerinin 0 olarak bulunması L_1 norm minimizasyonunun dezavantajlarından birisi olarak düşünülebilir.

6.3. Bir GPS Ağının Robustluk Analizi

5 nokta ve 16 adet koordinat farkından oluşan küçük bir GPS ağının robustluk analizi yapılmıştır. Ağın datumu 1 numaralı noktanın koordinatları dengelemede sabit tutularak sağlanmıştır. Bazların $0.5 + 0.2$ ppm'lik standart sapma ile ölçüldüğü varsayılmıştır. Öncül varyans faktörü σ_0^2 ise 1 mm^2 olarak kabul edilmiştir. GPS ağları 3-D olmakla birlikte bu örnekte ağın sadece 2-D yatay bileşeninin analizi yapılmıştır.



Şekil 6.6 GPS Ağı

Şekil 6-6'da verilen GPS ağının ilk olarak klasik güvenilirlik analizi yapılmıştır. Buna ilişkin sonuçlar Çizelge 6-8'de verilmiştir.

Çizelge 6-8'den görüldüğü gibi ağdaki bazların standart sapmaları (σ_i) 1 mm ile 1.914 mm arasında değişmektedir. Baz bileşenleri arasındaki korelasyon ihmal edildiği için redundans sayıları (R) ile iç güvenilirlik ölçütleri (İG) bir bazın bütün bileşenleri için aynı değeri almaktadır. Bu değerler Çizelge 6-8'de gösterilmiştir. Baarda'nın dış güvenilirlik ölçütleri ise yine aynı tabloda DG sütunu altında verilmiştir. Bilindiği gibi bu ölçütler datuma bağlıdır. Yani bu ölçütler ağın doğruluğu ve kontrol edilebilirliğinden başka datuma da bağlı olmaktadır. Oysa ağ

datumu ağ robustluğu için bir anlam ifade etmemektedir.

Çizelge 6.8 Redundans sayıları, standart sapma değerleri, iç ve dış güvenilirlik ölçütleri

Baz	s (km)	σ_i (mm)	R	İG (mm)		
1-2	7.071	1.914	0.6328	8.686	Nokta	DG (m)
1-4	4.472	1.394	0.47573	7.296	1	0
1-5	4.717	1.443	0.54138	7.08	2	0.0028
2-3	6.325	1.765	0.59446	8.264	3	0.0039
2-5	3.354	1.171	0.36785	6.970	4	0.0071
3-4	4.243	1.349	0.46681	7.128	5	0.0107
3-5	4.610	1.422	0.55165	6.912		
4-5	2.5	1	0.36933	5.94		

Ağın robustluk analizi sonucu verilen mutlak öteleme değerleri (d_i) Çizelge 6-9'da verilmiştir. Bu öteleme değerlerinin karşılaştırıldığı eşik değerler klasik kovaryans analizi (duyarlık analizi) ile bulunan güven elipsinden yararlanarak hesaplanmıştır. Bilindiği gibi % 95 olasılıklı güven elipsinin büyük ve küçük yarı eksenleri sırasıyla

$$a_0 = 2.45\sigma_0\sqrt{\lambda_1} \quad (6.10)$$

$$b_0 = 2.45\sigma_0\sqrt{\lambda_2} \quad (6.11)$$

Bu denklemlerde λ_1 ve λ_2 noktalara ilişkin kofaktör matrislerinin özdeğerleridir. Güven elipsinin küçük ve büyük yarı eksenlerinden yararlanarak eşik değerler

$$\delta_i = \sqrt{a_0^2 + b_0^2} \quad (6.12)$$

şeklinde hesaplanabilir.

Çizelge 6.9 Ötelemeler ve eşik değerler

Noktalar	d_i (mm)	δ_i (mm)
2	2.3	4.02
3	9.1	4.27
4	4.9	3.50
5	1.01	3.39

Çizelge 6-9'dan görüldüğü gibi ağ 2 ve 5 numaralı noktalarda robust 3 ve 4 numaralı noktalarda ise robust değildir. Ağdaki en robust nokta 5 numaralı noktadır (oysa güvenilirlik analizinde en kötü dış güvenilirlik değeri bu nokta için elde edilmişti). Bunun sebebi bu noktaya ilişkin ölçülerin diğer noktalardan daha fazla olması ve yine bu noktaya ilişkin ölçülerin standart sapma değerlerinin küçük olmasıdır. Çizelge 6-8 incelenirse ağda standart sapması en düşük 6 ölçünün 4'ü 5 numaralı noktaya bağlıdır.

7. SONUÇLAR

Jeodezik ağlar jeodezi ve fotogrametri mühendisliğinin en önemli araçlarından birisidir. Günümüzde klasik ağlara ek olarak GPS ağları önem kazanmaya başlamıştır. GPS bağıl konum belirleme tekniği ile ölçülen bu ağlarda klasik ağlar gibi konum belirleme ve deformasyon izleme amacıyla kullanılmaktadır.

Bir jeodezik ağın kurulması optimal tasarım, tesis ve gerekli jeodezik datanın (bazen astronomik gözlemlerde yapılabilir) toplanması ve son olarak toplanan verilerin analizi olmak üzere başlıca 3 aşamadan oluşmaktadır. Bu çalışmada 1. ve 3. adımlar GPS ağları için incelenmiştir.

Bir jeodezik ağın kurulmasında ilk adım ağın beklentileri karşılayacak şekilde tasarlandığı optimizasyon aşamasıdır. Bu işlem sayesinde ağ noktalarının tesis edileceği yerler, hangi ölçülerin hangi duyarlılıkla yapılması gerektiğini gösteren ölçü planı ve kullanılacak ölçü aletleri belirlenebilir. Bu sayede gereğinden iyi dolayısıyla maliyeti fazla veya sonuçları kullanılacak işte yetersiz kalacak ağların kurulması önlenmiş olur. Genel olarak jeodezik ağ optimizasyonu minimum maliyetle ağ noktalarının optimal konumlarının ve/veya optimal ölçü planlarının belirlenmesi şeklinde tanımlanabilir.

Jeodezik ağ noktalarının optimal konumları belirlenirken klasik ağlarda noktaların birbirini görmesi, GPS ağlarında ise multipath gibi bozucu etkilerin az olduğu yerlerin tercih edilmesi gerekir. Aynı şekilde çeşitli doğal ve yapay unsurlar noktaların tesis edileceği yerleri sınırlar. Bunların dışında noktaların kolay ulaşılır ve güvenilir yerlere tesis edilmesi de önemli bir kriterdir. Bu hususlar göz önünde bulundurularak optimal nokta konumları 1. derece optimizasyon problemi çeşitli duyarlık, güvenilirlik ve direnç ve hassasiyet kriterlerine göre çözümlenerek belirlenebilir.

Bir ağda optimal ölçü planı ise 2.derece tasarım problemi çözümlenerek oluşturulabilir. Bu sayede hangi ölçülerin hangi duyarlıklı aletlerle yapılması gerektiği belirlenir. Öte yandan gereksiz ölçü yapılması önlenmiş olur. Uygun alet seçimi kolaylaşmış olur. Ölçü ekibi ve alet donanımının organizasyonu başarılı bir şekilde gerçekleştirilir.

Bazların sayısı ve dağılımı bir GPS ağının doğruluğunu etkileyen önemli faktörlerdir. Optimum baz setinin seçilmesi ise jeodezik 2.derece tasarım probleminin çözümü ile gerçekleştirilebilir. Bu çalışmada 6.1 bölümünde verilen örnekte bir GPS ağının 2.derece optimizasyon problemi duyarlık optimizasyonu çerçevesinde çözümlenerek ölçülmesi gereken bazlar belirlenmiştir. Bundan sonraki işlem adımında oturma planlaması yani hangi oturumda hangi bazın ölçüleceği belirlenmelidir. Duyarlık optimizasyonunda amaç fonksiyonu olarak bir ölçüt matrisi kullanılmıştır. Bu matris elemanları noktalar için istenen duyarlıkları gösteren köşegen bir matristir. Optimizasyon işlemi ile bize bu ideal ölçüt matrisini veren optimal gözlem ağırlıkları belirlenmiştir. Son olarak ağırlığı 0 veya çok küçük çıkan bazlar ölçü planından çıkartılmıştır. Bu şekilde hem duyarlık hem de maliyet açısından beklentileri karşılar bir ağ elde edilmiştir.

Duyarlık optimizasyonundan başka ağı güvenirlilik optimizasyonu da yapılabilir veya duyarlık optimizasyonunda ölçüt matrisinden başka skaler risk fonksiyonları amaç fonksiyonu olarak kullanılabilir. Bu çalışmadaki örnekte duyarlık ve maliyet kriterlerine göre bir GPS ağının 2. derece tasarımı gerçekleştirilmiştir. Benzer şekilde ağı 1.derece tasarımı veya kombine tasarımı duyarlık, güvenirlilik ve maliyet kriterlerine göre gerçekleştirilebilir.

Jeodezik ağ optimizasyonunda öteden beri üzerinde en çok durulan konulardan biri en uygun çözüm yönteminin bulunmasıdır. Çözüm yöntemleri optimasyon problemi ortaya konduktan sonra yani amaç fonksiyonu, kısıtlamalar ve optimizasyon değişkenleri uygun bir şekilde belirlendikten sonra bize optimizasyon değişkenlerini verecek olan yöntemlerdir. Klasik olarak bu yöntemler deneme/yanılma yöntemi ile analitik yöntemlerdir. Bununla birlikte son yıllarda zeki optimizasyon tekniklerinin de jeodezik ağ optimizasyonu problemlerine uygulandığı görülmektedir.

Deneme/yanılma yönteminde mevcut haritalar veya hava fotoğraflarını kullanarak ağ noktalarının yerleri belirlenir. Arazide istikşaf yapılır. Güven elipsleri veya kısmi redundans sayıları gibi ölçütlere göre alternatif çözümler üretilir. Gerekteğinde bu çözümler değiştirilerek daha iyi çözümler elde edilmeye çalışılır. Bu yöntemin en büyük avantajı çok sayıda farklı çözümün üretilerek birbirleriyle

karşılaştırılabilir. Optimal ağı nadiren bulunması ve işlem yükünün fazlalığı ise dezavantajlarıdır.

Jeodezi literatüründe analitik yöntemler daha çok 2.derece tasarım probleminin çözülmesi için sunulmuştur. Ancak bu yöntemlerin negatif ağırlıklar gibi pratikte gerçekleştirilmesi mümkün olmayan sonuçlar üretmek, optimizasyon kriterlerini sağlayamamak ve bağlantısız ağlar üretmek gibi negatif özellikleri vardır.

Jeodezi literatüründe bugüne kadar sunulan en iyi optimizasyon yöntemi Kuang'ın yöntemidir (Kuang 1996). Bu yöntem doğrusallaştırma ve türev alma gibi matematiksel araçlardan yararlanmaktadır. Bu yöntem bir başlangıç noktasından hareket ederek lineer programlama veya kuadratik programlama gibi yöneylem araştırması metotlarını kullanarak optimal çözümü elde etmeye çalışmaktadır. Yöntem iteratif olarak uygulanır ve başlangıçtaki çözüm gittikçe iyileştirilir. Ancak sonuç olarak bu yöntem bir lokal optimizasyon tekniğidir. Eğer başlangıç çözümü global optimuma yeterince yakın değilse veya amaç fonksiyonu global optimumdan başka çok sayıda lokal optimuma sahip ise bu yöntem ile global optimumu bulmak oldukça güçtür. Jeodezik ağ optimizasyonunda doğrusal olmayan amaç fonksiyonları ile sıkça karşılaşıldığı için bu problemlerle karşılaşılabilen aşıkardır.

Optimizasyon problemlerinde global optimumu elde edebilmek için PSO gibi global optimizasyon teknikleri kullanılabilir. PSO algoritması kuş, arı ve balık sürülerinin zeki davranışlarının taklit edildiği stokastik bir optimizasyon algoritmasıdır. PSO algoritmasında başlangıçta bir araştırma uzayı tanımlanır. Bu araştırma uzayının sınırları optimizasyon değişkenlerinin (gözlem ağırlıkları gibi) alabileceği değerlere göre çizilir. Araştırma uzayında rasgele dağılmış aday çözümler üretilir. Bu çözümler arasındaki etkileşim ve işbirliği ile bütün sürünün belli bir yineleme adımı sonrasında global optimuma yakınsaması hedeflenir. PSO algoritmasında her bir aday çözüm partikül olarak adlandırılır. Uniform dağılımlı rasgele sayılar kullanarak partiküllerinin hareketine stokastik bir özellik kazandırılır. PSO gibi yöntemlerin iyi sonuç verebilmesi için algoritmaya özgü parametrelerin uygun bir şekilde belirlenmesi gerekir. Bununla birlikte PSO ayarlanması gereken az sayıda parametreye sahiptir.

PSO gibi stokastik optimizasyon tekniklerinin en önemli özelliği üretilen

rasgele sayılara bağılı olarak başlangıç çözümleri değıştığı için algoritma her koşturulduğunda farklı bir çözümlün elde edilmesidir. Bu nedenle algoritmayı birkez koşturarak elde edilen sonuçların doğruluğu hakkında bir fikir elde edilemez. Algoritmanın az koşturulması sonuçların güvenirliliğini azaltırken fazla koşturulması da hesap zamanının artmasına yol açabilir.

PSO yöntemi klasik yöntemlerde görölen dezavantajlardan etkilenmez. Yöntem negatif ağrılık üretmediği için pratik, optimizasyon kriterlerini sağladığı için etkin global optimumu sağladığı için güvenilirdir. Doğrusallaştırma, türev alma, matris inversi ve Khatri-Rao çarpımı gibi ileri matematik yöntemlere artık gerek kalmamaktadır. Ayrıca PSO hızlı bir yöntemdir.

Jeodezik aęlar tasarlanıp tesis edildikten sonra sıra aęların triyangułasyon, trilaterasyon, triyangułaterasyon, nivelman veya GPS rölatif konum belirleme teknięi gibi jeodezik ölçme tekniklerine göre ölçölmesi gerekir. Bu işlemler sonucu toplanan veriler çeřitli istatistik yöntemlerle analiz edilir.

Analiz aşamasında ana amaç ağın tasarım kriterlerini ve başlangıçta öngörölen hata bütçesini sağlayıp sağlamadığını kontrol etmektir. Jeodezik ağlar rasgele ve kaba hatalar açısından analiz edilebilir. Analiz aşamasında en önemli işlem adımı fazla sayıda yapılan ölçölerden yararlanarak nokta koordinatlarını veya yüksekliklerini belirlemektir. Bunun için kullanılan yöntem EKKY'dir. EKKY düzeltmelerin kareleri toplamını minimum yapmak suretiyle en iyi çözüml veren bir yöntemdir. EKKY gözlemlerin dağılımı hakkında her hangi bir bilgi gerektirmez. Ağrılık matrisi gözlemlerin kovaryans matrisinin inversi olarak alınırsa EKKY ile parametrelerin kayıksız ve minimum varyans kestirimi elde edilir. Ek olarak eğer gözlem hataları normal dağılımlı ise EKKY ile buluna sonuçlar maksimum olasılık yönteminden elde edilen sonuçlarla özdeşitir. Kısacası EKKY bilinmeyen parametrelerin kestirimi için güçlü bir istatistiksel araçtır. Ancak EKKY gözlem hatalarının rasgele ve tercihen de normal dağılımlı olması durumunda iyi sonuç vermektedir. Diğer bir deyişe ölçölüler kaba hatalardan etkilenmişe EKKY'nin bahsedilen olumlu özellikleri kaybolur. Bu nedenle kaba hatalı gözlemlerin diğer bir deyişe uyuşumsuz ölçölülerin belirlenmesi ve elemine edilmesi gerekir. Günümüzde bu amaç doğrultusunda uyuşumsuz ölçölü testleri ve robust teknikler kullanılmaktadır.

En önemli uyuşumsuz ölçü testleri Baarda ve Pope'ye ait olanlardır. Bunlar arasındaki fark düzeltmelerin standartlaştırılmasında ilkinde önsel varyans faktörünün ikincisinde ise sonsal varyans faktörünün kullanılmasıdır. İteratif olarak uygulanan bu hipotez testleri ile uyuşumsuz ölçüler belirlenir. Uyuşumsuz çıkan ölçü atılır ve ağ yeniden dengelenir. Bu işlem hiç uyuşumsuz ölçü çıkmayınca kadar sürdürülür. Ancak bu yöntemler uygulandığı zaman ağda şekil defekti oluşabilir. Yine bu yöntemlerle her iterasyonda sadece bir ölçünün uyuşumsuz olduğuna karar verilebilir.

Baarda'nın iç güvenilirlik ölçütlerini kullanarak Baarda testi ile belirlenebilecek minimum kaba hata değerleri hesaplanabilir. Buna göre ağı geometrik tasarımı ve gözlemlerin doğruluğu bu test ile elde edilecek sonuçları etkilemektedir.

Ölçülerde yapılan kaba hataların büyüklükleri ve sayıları arttıkça dengeleme sonucunda bulunacak sonsal varyans faktörünün değeri o ölçüde artmaktadır. Pope testinde sonsal varyans faktörü standartlaştırılmış düzeltmelerin hesaplanmasında kullanılan formüle paydada girdiği için belli bir limit değerinden sonra ne kadar büyük yani belirlenmesi daha kolay olan bir kaba hata yapılırsa yapılsın Pope testi başarısız olacaktır.

Uyuşumsuz ölçülere karşı robust tekniklerde kullanılabilir. Bu tekniklerin en önemlileri M-Kestirim yöntemleri, Danimarka yöntemi ve L_1 norm yöntemidir. Başlıca M-Kestirim yöntemleri Huber, Hampel ve Andrews tarafından sunulan ağırlık fonksiyonlarını kullanan yöntemlerdir. Bu yöntemler iteratif ağırlıklandırılmalı EKKY algoritmasını kullanarak uygulanabilir. L_1 norm yöntemi ise düzeltmelerin ağırlıklı toplamının minimum yapıldığı bir robust yöntemdir. L_1 norm yöntemi EKKY gibi kayıksız kestirim sağlayan bir yöntemdir. Fakat EKKY'nin minimum varyans ve maksimum olasılık gibi diğer olumlu özellikleri bu yöntemde yoktur.

Son zamanlarda LMS ve LTS gibi yüksek kırılma noktalı kestiricilerde sunulmuştur. Öte yandan bugüne kadar sunulan robust yöntemlerin çoğu korelasyonsuz ölçüler için geliştirilmiş yöntemlerdir. Oysa jeodezide açı ve GPS gözlemleri gibi korelasyonlu gözlemlerle sıkça karşılaşılabilir. Bu nedenle gözlemler arasındaki korelasyonları dikkate alan bir takım robust yöntemlerde

mevcuttur. Bunlar IGGIII yöntemi, ağırlık elemanlarının bifaktör indirgeme modeli ve kovaryans elemanlarının bifaktör arttırma modelidir.

Hem klasik uyuşumsuz ölçü testleri hem de robust yöntemler EKKY'nin yayma etkisinden olumsuz bir şekilde etkilenmektedir. Uyuşumsuz ölçü belirlemenin önemli kavramlarından olan redundans matrisi dolu bir matris olduğu için herhangi bir ölçüdeki hata bütün düzeltmeleri etkilemektedir. Bu nedenle EKKY ile bulunan düzeltmeler çoğu kez yanıltıcı olabilir. Buna göre bazen iyi bir ölçü kötü, kötü bir ölçü ise iyi bir ölçüymüş gibi ele alınabilir. Bu durum uyuşumsuz ölçü testleri gibi EKKY'ye dayalı robust yöntemleride etkilemektedir. Örneğin M-Kestirim yöntemleri ilk başta EKKY ile bulunan düzeltmeleri kullanmaktadır. Bu nedenle genellikle ilk iterasyonda düzeltmesi standart sapmasının 3 katından daha büyük olmayan bir ölçünün ağırlığının değiştirilmesi önerilmez. Bunun dışında L_1 norm yöntemi EKKY ile elde edilen herhangi bir sonucu kullanmamaktadır. Bu açıdan L_1 norm yönteminin M-Kestirim yöntemlerine göre daha iyi olduğu söylenebilir.

Bu tez çalışmasında Simkooei (2003) tarafından klasik ağlardaki Gauss Markov modeli için formülü verilen L_1 norm yöntemi baz bileşenleri arasındaki korelasyon dikkate alınacak şekilde değiştirilerek GPS ağları için uygulanabilir bir hale getirilmiştir. Bu doğrultuda ağırlık matrisi köşegenleştirilmiş buna uygun A tasarım matrisi ve gözlemler vektörü kullanılarak bir GPS ağının L_1 norm dengelemesi yapılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre L_1 norm yöntemi ölçüler sadece rasgele hatalarla yüklü olduğu zaman EKKY'ne yakın, kaba hatalı gözlemler olduğu zaman ise EKKY'den daha iyi sonuç vermektedir. L_1 norm yönteminin diğer robust yöntemler gibi aynı anda birden fazla uyuşumsuz ölçüyü belirleyebilmek ve ağı şekil defektine uğratmamak gibi avantajlı özellikleri de vardır. Ayrıca ölçülerin kovaryans matrisi dolayısıyla ağırlık matrisi değişmediği için ölçüler arasındaki korelasyon katsayıları da korunmuş olmaktadır.

EKKY kaba hatalardan başka kaldıraç noktası probleminden de etkilenmektedir. Kaldıraç noktaları jeodezik ağlarda kısmi redundans sayısı diğer ölçülere göre oldukça küçük olan ölçülerdir. Hangi yöntem kullanılırsa kullanılsın bu tür gözlemlerde kaba hata yapılmışsa bunları ortaya çıkarmak oldukça güçtür. Ayrıca

bir ölçünün kısmi redundans sayısı ne kadar küçük olursa buna paralel olarak parametre kestirimindeki etkisi de o kadar büyük olmaktadır. Kısmi redundans sayısı küçük olan bir ölçüde kaba hata yapılırsa hem bu ölçüyü uyuşumsuz olarak belirlemek güçleşecek hem de bu ölçünün sonuçlar üzerindeki etkisi artmış olacaktır. Bu probleme karşı BIBER kestiricisi veya LMS gibi yüksek kırılma noktalı bir kestirici kullanılabilir.

Jeodezik ağların optimizasyonu ve uyuşumsuz ölçülerin belirlenmesi konularından başka jeodezik ağlarla ilgili bir diğer önemli konu jeodezik ağların kalite kontrolüdür. Geleneksel olarak jeodezik ağların kalitesi rasgele hatalar açısından kovaryans analizi (duyarlık analizi) ile kaba hatalar açısından ise güvenilirlik analizi ile ölçülmektedir.

Kovaryans analizi EKKY ile dengelemenin bir ürünü olan, bilinmeyen parametrelere ait varyans-kovaryans matrisinden türetilen güven bölgeleri ve güven aralıkları gibi ölçütleri kullanır. 2-D ağlarda güven elipsleri, 3-D ağlarda ise güven elipsoidleri duyarlık ölçütleri olarak kullanılabilir. Yükseklik bileşeni için ise güven aralıkları kullanılabilir. Ancak kovaryans analizi ağı datumuna bağlıdır. Örneğin güven elipslerinin boyutları datum noktasından uzaklaştıkça artar.

Baarda tarafından sunulan güvenilirlik analizi ile iç ve dış güvenilirlik ölçütleri elde edilir. İç güvenilirlik ölçütleri Baarda'nın data snooping tekniği ile her bir ölçü için belirlenebilir minimum kaba hata sınırını tanımlar. Dış güvenilirlik ölçütleri ise belirlenemeyen maksimum kaba hataların bilinmeyen parametrelerin kestirimleri üzerindeki etkisini açıklar ancak bu ölçüt ağı datumuna bağlıdır.

Bilindiği gibi bir veya daha fazla ölçü kaba hatalarla yüklü olduğu zaman EKKY ile parametreler için yanlış kestirimler elde edilmektedir. Bu tür gözlemlerin belirlenmesinde kullanılan Baarda yöntemi ile her zaman başarılı bir uyuşumsuz ölçü araştırması yapılamayabilir. Burada akla belirlenemeyen hataların ağı na kadar eklediği sorusu gelir. Belirlenemeyen hataların etkisi küçük ise ağ robust değilse ağ zayıftır.

Baarda testi ile ortaya çıkarılamayan uyuşumsuz ölçülerin ağı ne kadar etkilediği diğer bir deyişle ağı robust olup olmadığı geleneksel güvenilirlik analizi ile

gerilme tekniğini kullanan geometrik direnç analizinin bir kombinasyonu olan robustluk analizi ile belirlenebilir. Robustluk analizi güvenilirlik ve gerilme kavramlarını kullanır ve iç güvenilirlik analizinden elde edilen maksimum belirlenemeyen hataların neden olduğu deformasyonlara karşı koyma yeteneği olarak adlandırılır.

Gerilme tekniği ağdaki her bir noktanın belirlenemeyen kaba hatalar nedeniyle oluşan sanal deformasyonunu betimleyerek ağın robustluğunun ölçülmesine imkan tanır. Aynı zamanda, gerilme tekniği sadece ağın geometrisi ile gözlemlerin doğruluğunu yansıtmaktadır. Bir objenin öteleme alanının konuma göre değişim oranı diğer bir deyişle gradyanı olarak tanımlanan gerilme fiziksel bir objenin deformasyon analizine tamamen geometrik bir yaklaşım sunar. Robustluk analizinde her bir gözlem için hesaplanan Baarda'nın dış güvenilirlik ölçütü konumun bir fonksiyonu olan bir öteleme alanı olarak kullanılır. Öteleme alanının konuma göre gradyanının hesaplanması suretiyle gerilme matrisi oluşturulabilir. Oluşan gerilmenin daha uygun ve açıklayıcı bir tanımlamasını yapmak amacıyla gerilme matrisinden elde edilen ve deformasyon ölçütleri olarak ta adlandırılan çeşitli skaler parametreler kullanılabilir. Geleneksel olarak deformasyon ölçütleri dilatasyon, toplam kesme ve lokal dönmedir. Bu parametrelerden ağdaki her bir gözlem için ayrı ayrı hesaplanır. Bunlardan mutlak değerce maksimum olanları ilgili noktanın robustluk ölçütü olarak kullanılır. Hangi noktanın robustluk ölçütü daha küçükse ağın o noktada daha robust diğer bir deyişle belirlenemeyen kaba hatalara karşı daha dirençli olduğu yorumu yapılır. Gerilme analizi ile öteleme alanından gerilme alanına geçiş yapılmış olmaktadır. Bu sayede robustluk analizi Baarda testi ile belirlenemeyen maksimum hataların neden olduğu deformasyonu tahmin etme imkanını vermektedir.

Öte yandan bir ağın robust olup olmadığına karar verebilmek için robustluk analizi ile hesaplanan nokta ötelemelerinin eşik değerlerle karşılaştırılması gerekir. Bu nedenle bu kez gerilme alanından öteleme alanına gidilmelidir. Robustluk analizi ile nokta ötelemelerinin hesaplanabilmesi için başlangıç koşullarına ihtiyaç duyulur. Başlangıç koşulları ise ağın deformasyondan önce nerede olduğunu tanımlar. Ağdaki bütün noktadaki öteleme vektörlerinin normunu minimum yapmak koşulu ile

başlangıç koşulları elde edilebilir. Klasik duyarlık analizinden elde edilen güven elipsleri veya güven elipsoidleri robustluk analizinde eşik değer olarak kullanılabilir. Eğer bütün noktalar için öteleme değerleri bu eşik değerlerden daha iyi ise ağ robust, değilse ağ zayıftır.

Bir ağın robustluğu gözlemlerin doğruluğu ile ağın geometrik tasarımından etkilenmektedir. Simkooei (2001a) robustluk ölçütlerinin kısmi redundans sayılarına bağlı olduğunu göstermiştir. Kısmi redundans sayıları ne kadar yüksekse robustlukta o kadar yüksek olmaktadır. Buna göre bir ağın güvenilirlik optimizasyonu ile robust bir ağ elde edilebilir. Robust olmayan ağlar gözlemlerin kalitesi ve/veya gözlem sayısı artırılarak robustlaştırılabilir. Bu ise ağın 3. derece optimizasyonu ile gerçekleştirilebilir. Gözlem sayısını arttırmak suretiyle gözlemlerin kısmi redundans sayıları arttırır. Ayrıca ağı daha yüksek duyarlıklı bir alet ile ölçmekte ağıdaki robustluk ölçütleri için daha küçük değerlerin elde edilmesini sağlamaktadır. Gözlem sayısının veya kalitesinin arttırılması genelde ilgili gözlemlerin bağlı olduğu noktaları etkilediği için ağın zayıf noktaları bu şekilde iyileştirilebilir.

Bu tez çalışmasında GPS ağlarının robustluk analizinde gözlemler arasındaki korelasyonlar ihmal edilmiştir. Ancak korelasyonların göz önünde bulundurulması daha anlamlı sonuçların elde edilmesini sağlayabilir.

Bu tezde bir GPS ağının PSO algoritması ile duyarlık optimizasyonu yapılmıştır. Öte yandan PSO algoritması ile yine bir GPS ağının güvenilirlik optimizasyonu yapılabilir, veya farklı optimizasyon kriterleri birlikte ele alınabilir. Aynı zamanda 2.derece tasarımdan başka 1.derece veya kombine tasarım gerçekleştirilebilir.

Yine bu tez çalışmasında PSO parametrelerinin veya komşuluk topolojilerinin optimal seçimi konusunda detaylı bir inceleme yapılmamıştır. PSO algoritmasının bu noktaları jeodezik ağlarda araştırılabilir. Bu tezde L_1 norm yöntemi GPS ağlarında baz bileşenleri arasındaki korelasyonların göz önünde bulundurulduğu durumlarda uygulanabilecek şekilde sunulmuştur. Bununla birlikte GPS ağlarında kaldıraç noktası veya lineer bağımlılık problemlerine karşı EKKY'ye alternatif veya onu tamamlayıcı olarak kullanılacak kestirim yöntemleri araştırılabilir.

KAYNAKLAR

- Awange, J.L., Aduol, F.O.W. 1999. An Evaluation of Some Robust Estimation Techniques in the Estimation of Geodetic Parameters. *Survey Review* 35 (273):146-162
- Baarda, W. 1968. A Testing Procedure for Use in Geodetic Networks. Publication on Geodesy. New series 2, no.5. Netherlands Geodetic Commission, Delft
- Baarda, W. 1973. S-Transformations and Criterion Matrices. Publication on Geodesy. New series 5, no.1. Netherlands Geodetic Commission, Delft
- Baarda, W. 1976. Reliability and Precision of Networks. VII International Course for Engineering Surveys of High Precision, Darmstadt, pp. 17-27
- Banks A, Vincent J, Anyakoha C (2007) A Review of Particle Swarm Optimization. Part I: background and development. *Natural Computing* 6(4):467-484
- Banks A, Vincent J, Anyakoha C (2008) A review of particle swarm optimization. Part II: hybridisation, combinatorial, multicriteria and constrained optimization, and indicative applications. *Natural Computing* 7(1):109-124
- Berber, M. 1997. Kenar Ağlarında Uyuşumsuz Ölçülerin Klasik Uyuşumsuz Ölçü Testleri ve M-Kestirimi ile Belirlenmesi ve Karşılaştırılması, Yüksek Lisans Tezi, Y.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul
- Berber, M., Hekimoğlu, S. 2003. What is the Reliability of Conventional Outlier Detection and Robust Estimation in Trilateration Networks? *Survey Review* 37, 290
- Berber, M., 2006. Robustness Analysis of Geodetic Networks. Ph.D. dissertation. Dept. of Geodesy and Geomatics Engineering, Univ. of New Brunswick, Fredericton, N.B., Canada
- Berberan, A. 1995. Multiple Outlier Detection: A Real Case Study. *Survey Review* 33, 255
- Berné, J.L., Baselga, S. 2004. First-order Design of Geodetic Networks Using the Simulated Annealing Method. *Journal of Geodesy* 78:47-54.

- Caspary, W., Borutta, H. 1987. Robust Estimation in Deformation Models. Survey Review 29, 223
- Clerc, M., Kennedy, J. (2002). The particle-swarm-explosion, stability and convergence in a multidimensional complex space. IEEE Transactions on Evolutionary Computation 6(1):58-73
- Cross, P.A. 1985. Numerical Methods in Network Design. Optimization and Design of Geodetic Networks, Grafarend and Sanso (ed). Springer, pp. 429-435
- Dare, P., Saleh, H. 2000. GPS Network Design: logistic solution using optimal and near optimal methods. Journal of Geodesy 74(6):467-478
- Demirel, H. 2005. Dengeleme Hesabı. Yıldız Teknik Üniversitesi Basın-Yayın Merkezi, İstanbul
- Donoho, D.L., Huber, P.J. 1983. The Notion of Breakdown Point. In: Bickel P.J., Doksum, K.A., Hodges, J.L. jr(eds). A Festschrift for Erich L. Lehmann Wadsworth, Belmont, pp 157-184
- Eberhart, R.C., Kennedy, J. 1995. A New Optimizer Using Particle Swarm Theory. In: Proceedings Sixth Symposium on Micro Machine and Human Science, IEEE Service Center, New Jersey, pp. 39-43
- Eberhart RC, Simpson PC, Dobbins R (1996) Computational intelligence PC tools, chap. 6. AP professional, San Diego, CA, pp 212-226
- Eberhart, R.C., Shi Y. 2001. Particle Swarm Optimization: Developments, applications and resources. In: Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation, CEC, Seoul
- Erenoğlu, R.C. 2003. Jeodezik Ağlarda Uyuşumsuz Ölçülerin Robust Yöntemlerle Belirlenmesi, Yüksek Lisans Tezi, Y.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul
- Gallad, A.E., Hawary, M.E., Sallam, A., Kalas, A. 2002. Enhancing the Particle Swarm Optimizer via Proper Parameter Selection. Canadian Conference on Electrical Engineering, pp. 792-797
- Gao, Y., Krakiwsky, E.J., Czompo, J. 1992. Robust Testing Procedure for Detection of Multiple Blunders. Journal of Surveying Engineering. 118(1):11-23

- Gerasimenko, M.D. 1997. First-order Design of the Deformation Networks with the Minimal Number of Geodetic Points and Their Optimal Allocation. Far East Math Rep 4: 86-94
- Gerasimenko, M.D., Shestakov, N.V., Kato, T. 2000. On Optimal Geodetic Network Design for Fault-Mechanics Studies. Earth Planet Space 52:985-987
- Grafarend EW (1974) Optimization of geodetic networks. Boll Geod Sci Aff 33: 351-406
- Grafarend, E., Sanso, F. 1985. Optimization and Design of Geodetic Networks. Springer, Berlin Heidelberg New York
- Gross, J. 2003. Linear Regression. Springer
- Guttman, I., Lin, D.K.J. 1995. Robust Recursive Estimation for Correlated Observations. Statist Prob Lett 23:79-92
- Hampel, F., Ronchetti, E., Rousseeuw, P., Stahel, W. 1986. Robust Statistics: The Approach Based on Influence Functions. Wiley, New York
- Harvey, B.R. 1993. Survey Network Adjustments by the L1 Method. Aust J Geod and Photogram Surv 59:39-52
- Haupt, R.L., Haupt, S.E. 2004. Practical Genetic Algorithms. Wiley, NY
- Hekimoğlu, S. 1998. Application of Equiredundancy Design to M-Estimation. Journal of Surveying Engineering 124(3):103-124
- Hekimoğlu, S., Berber, M. 2003. Effectiveness of Robust Methods in Heterogeneous Linear Models. Journal of Geodesy 76(11-12):706-713
- Hekimoğlu, S. 2005. Do Robust Methods Identify Outliers More Than Conventional Tests for Outliers? Zeitschrift für Vermessungswesen (05/03): 174-180
- Hekimoğlu, S., Erenoğlu, R.C. 2006. Effect of Heteroscedasticity and Heterogeneous on Outlier Detection for Geodetic Networks. Journal of Geodesy
- Horst, R., Tuy, H. 2003. Global Optimization: Deterministic Approachs, 3rd ed., Springer, Berlin Heidelberg New York
- Hsu, R., Li, S. 2004. Decomposition of Deformation Primitives of Horizontally Geodetic Networks: Application to Taiwan's GPS Network. Journal of Geodesy 78:251-262

- Huber, P.J. 1981. Robust Statistics. Wiley, New York
- İnal, C., Baybura, T. 1995. Jeodezik Ağlarda Kalite Kontrolü. Selçuk Üniversitesi Müh. Mim. Fak. Dergisi 10(2):21-28
- Jäger, R., Kaltenbach, H. 1990. Spectral Analysis and Optimization of Geodetic Networks Based on Eigenvalues and Eigenfunctions. Manuscr Geod 15: 302-311
- Kennedy, J., Eberhart, R.C. 1995. Particle Swarm Optimization. In: Proceedings IEEE International Conference on Neural Network IV, pp. 1942-1948, IEEE Service Center, Piscataway, New Jersey
- Kennedy, J., Eberhart, R.C. 2001. Swarm Intelligence. Morgan Kauffman Publishers
- Kirkpatrick, S., Gelatt, C.D. Jr, Vecchi, M.P. (1983) Optimization by simulated annealing. Science 220(4598):671-680
- Koch, K.R. 1999. Parameter Estimation and Hypothesis Testing in Linear Models, 2nd edn. Springer, Berlin-Heidelberg-New York
- Krarp, T., Juhl, J., Kubik, K. 1980. Götterdaemmerung Over Least Squares Adjustment. In: Proceedings 14th Congress of Int. Soc. Photo. Hamburg
- Kuang, S. 1996. Geodetic Network Analysis and Optimal Design: Concepts and Applications. Ann Arbor Press, Ann Arbor, Michigan
- Leick, A. 2004. GPS Satellite Surveying. Wiley New York
- Marchall, J. 2002. L1 Norm Pre-analysis Measures for Geodetic Networks. Journal of Geodesy 76:345-352
- Osyczka, A, (2002) Evolutionary Algorithms for single and multicriteria design optimization. Physica-Verlag, Heidelberg
- Parsopoulos KE, Vrahatis MN (2002) Recent approaches to global optimization problems through particle swarm optimization. Natural Computing 1 (2-3), pp 235-306
- Parsopoulos KE, Vrahatis MN (2007) Parameter selection and adaptation in unified particle swarm optimization. Mathematical and Computer Modelling 46 (1-2), pp 198-213
- Pope, A.J. 1976. The Statistics of Residuals and the Detection of Outliers. NOAA Technical Report NOS 65 National Geodetic Survey, Rockville

- Rousseeuw, P.J., Leroy, A.M. 1987. Robust Regression and Outlier Detection. Wiley, New York
- Saleh, H.A., Dare, P. 2001. Effective Heuristics for the GPS Survey Network of Malta: Simulated Annealing and Tabu Search Techniques. *Journal of Heuristics* 7(6):533-549
- Saleh, H.A., Dare, P. 2003. Near-optimal design of global positioning system (GPS) networks using the tabu search technique. *J Global Optimization* 25(2):183-208
- Saleh, H.A. 2003. An Artificial Intelligent Design for GPS Surveying Networks. *GPS Solutions* 7:101-108
- Saleh, H.A., Chelouah R. 2004. The design of the global navigation satellite surveying networks using genetic algorithms. *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 17(1): 111-122
- Schmitt, G. 1980. Second-order Design of Free Distance Networks Considering Different Types of Geodetic Networks. *Bulletin Geodesique*, 54, pp.531-543
- Seemkooei, A.A. 2001a. Comparison of Reliability and Geometrical Strength Criteria in Geodetic Networks. *Journal of Geodesy* 75:227-233
- Seemkooei, A.A. 2001b. Strategy for Designing Geodetic Network with High Reliability and Geometrical Strength. *Journal of Surveying Engineering* 127(3): 104-117
- Seemkooei, A.A. 2003. Formulation of L1 Norm Minimization in Gauss-Markov Models. *Journal of Surveying Engineering* 129(1):37-43
- Seemkooei, A.A., Sharifi, M.A. 2004. Approach for Equivalent Design of Different Types of Observations. *Journal of Surveying Engineering* 130(1): 1-5
- Seemkooei, A.A. 2007. Least-Squares Variance Component Estimation: Theory and GPS Applications. *Publication on Geodesy* 64. Netherlands Geodetic Commission, Delft
- Strang, G., Borre, K. 1997. *Linear Algebra, Geodesy and GPS*. Wellesley-Cambridge Press USA
- Xu, P. 1989. On Robust Estimation with Correlated Observations. *Bull Geod* 63:237-252

- Xu, P. 1993. Consequences of Constant Parameters and Confidence Intervals of Robust Estimation. *Boll Geod Sci Aff* 52:231-249
- Xu, P., Grafarend, E. 1995. A Multi-objective Second-order Optimal Design of Deforming Networks. *Geophys J Int* 120:577-589
- Xu, P.L. 2002. A hybrid global optimization method: the one-dimensional case. *J Comput Appl Math* 147:301-314
- Xu, P.L. 2003. A hybrid global optimization method: the multi-dimensional case. *J Comput Appl Math* 155:423-446
- Xu, P. 2005. Sign-constrained Robust Least Squares, Subjective Breakdown Point and the Effect of Weights of Observations on Robustness. *Journal of Geodesy* 79:146-159
- Thapa, K. 1980. Strain as a Diagnostic Tool to Identify Inconsistent Observations and Constraints in Horizontal Geodetic Networks. Department of Surveying Engineering, Technical Report No:68, UNB, Fredericton, Canada
- Tzur, G.E., Papo, H.B. 1996. Optimization of GPS Networks by Linear Programming. *Survey Review* 33(262):537-545
- Tzur, G.E. 1999. Reliability Design and Control of Geodetic Networks. *Zeitschrift für Vermessungswesen* 124(4):128-134
- Vaniček, P., Thapa, K. and Schneider, D. 1981. The Use of Strain to Identify Incompatible Observations and Constraints in Horizontal Geodetic Networks. *Manuscripta Geodetica* 6, pp. 257-281
- Vaniček, P., Krakiwsky, E.J., Craymer, M.R., Gao, Y., Ong, P. (1991). Robustness Analysis. Contract Report 91-002, Geodetic Survey Division, Geomatics Canada, Ottawa
- Vaniček, P., Craymer, M.R., Krakiwsky, E.J. 2001. Robustness Analysis of Geodetic Horizontal Networks. *Journal of Geodesy* 75: 199-209
- Wicki, F. 2001. Robust Estimator for the Adjustment of Geodetic Networks. In: A. Carosio, H. Kutterer (eds): Non-probabilistic assessment in geodetic data analysis, Proceedings of the first International Symposium on Robust Statistics and Fuzzy Techniques in Geodesy and GIS. Report of the Institute of Geodesy and Photogrammetry of the ETH Zürich, No. 295, 53-60

- Wolf, P.R., and Ghilani, C.D. 1997. Adjustment Computations, Statistics and Least Squares in Surveying and GIS, John Wiley & Sons, Inc.
- Yalçınkaya, M., Teke, K., Bayrak, T. 2003. Jeodezik GPS Ağlarında Duyarlık ve Güven Analizi. I. Ulusal Mühendislik Ölçmeleri Sempozyumu, 30-31 Ekim, 271-291, İTÜ, İstanbul
- Yang, Y. 1994. Robust Estimation for Dependent Observations. Manuscr Geod 19:10-17
- Yang, Y., 1999. Robust Estimation of Geodetic Datum Transformation. Journal of Geodesy 73: 268-274
- Yang, Y., Song, L., Xu, T. 2002. Robust Estimator for Correlated Observations Based on Bifactor Equivalent Weights. Journal of Geodesy 76: 353-358
- Yetkin, M., İnal, C., Yiğit, C.Ö. 2007. Korelasyonlu GPS Baz Bileşenlerinin Robust Bifaktör İndirgeme Modeli ile Dengelenmesi. 11. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, Ankara

INTERNET KAYNAKLARI

- [1] <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=1318965>

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi	04.04.1982	
Doğum yeri	Konya	
Lise	1996-1999	Konya Lisesi
Lisans Bölümü	2001-2005	Selçuk Üniversitesi Mühendislik Fak. Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği
Yüksek Lisans Dalı	2005-2008	Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Jeodezi ve Fotogrametri Müh. Anabilim

Çalıştığı kurum(lar)

2005-Devam ediyor SÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Araştırma Görevlisi

EKLER

EK-1. Robustluk Analizi

Ek 1.1. 2-D Ağlar için gerilme matrisinin kestirimi

Ek 1.2. 2-D Ağlar için başlangıç koşullarının belirlenmesi

EK-2. GPS Ağlarında L_1 Norm Minimizasyonu

Ek 2.1. Lineer programlama problemi

Ek 2.2. Cholesky Çarpanlarına Ayırma

EK-3. GPS Ağlarının PSO Algoritmasıyla 2.derece Tasarımı

Ek 3.1. Uniform (düzgün) dağılımlı rasgele sayıların üretilmesi

EK-1. Robustluk Analizi

Ek 1.1. 2-D Ağlar için gerilme matrisinin kestirimi

Vanicek ve ark. (2001) tarafından bir P_i noktasının ötelemesi

$$\Delta x_i = \begin{bmatrix} \Delta x_i \\ \Delta y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} \quad (\text{Ek 1.1})$$

şeklinde verilmiştir. Burada u_i x yönündeki öteleme, v_i ise y yönündeki ötelemedir. Konuma göre tensör gradyanı

$$E_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_i}{\partial x} & \frac{\partial u_i}{\partial y} \\ \frac{\partial v_i}{\partial x} & \frac{\partial v_i}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (\text{Ek 1.2})$$

Buradaki kısmi türevler Baarda'nın dış güvenilirlik ölçütlerinden elde edilebilir. Her bir $j=0,1,\dots,t$ (t ilgili noktanın ölçüyle bağlı olduğu nokta sayısıdır) için u ve v ötelemeleri aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$a_i + \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} \right) (X_j - X_i) + \left(\frac{\partial u_i}{\partial y} \right) (Y_j - Y_i) = u_j \quad (\text{Ek 1.3})$$

$$b_i + \left(\frac{\partial v_i}{\partial x} \right) (X_j - X_i) + \left(\frac{\partial v_i}{\partial y} \right) (Y_j - Y_i) = v_j \quad (\text{Ek 1.4})$$

Bütün kısmi türevler, mutlak terimler ve koordinatlar P_i noktasına aittir. Ağdaki her bir i noktası için matris formunda

$$K_i \begin{bmatrix} a_i \\ \frac{\partial u_i}{\partial x} \\ \frac{\partial u_i}{\partial y} \end{bmatrix} = u_i \quad (\text{Ek 1.5})$$

$$\mathbf{K}_i \begin{bmatrix} \mathbf{b}_i \\ \frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial \mathbf{x}} \\ \frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial \mathbf{y}} \end{bmatrix} = \mathbf{v}_i \quad (\text{Ek 1.6})$$

Bu eşitlikler EKKY ile çözümlerse ağıdaki her bir nokta için

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}_i \\ \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial \mathbf{x}} \\ \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial \mathbf{y}} \end{bmatrix} = (\mathbf{K}_i^T \mathbf{K}_i)^{-1} \mathbf{K}_i^T \mathbf{u}_i = \mathbf{Q}_i \mathbf{u}_i \quad (\text{Ek 1.7})$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{b}_i \\ \frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial \mathbf{x}} \\ \frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial \mathbf{y}} \end{bmatrix} = (\mathbf{K}_i^T \mathbf{K}_i)^{-1} \mathbf{K}_i^T \mathbf{v}_i = \mathbf{Q}_i \mathbf{v}_i \quad (\text{Ek 1.8})$$

(Ek 1.7) ve (Ek 1.8) eşitlikleri birleştirilerek

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}_i \\ \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial \mathbf{x}} \\ \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial \mathbf{y}} \\ \mathbf{b}_i \\ \frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial \mathbf{x}} \\ \frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial \mathbf{y}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_i & 0 \\ 0 & \mathbf{Q}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_i \\ \mathbf{v}_i \end{bmatrix} \quad (\text{Ek 1.9})$$

Öteleme vektörü ile gerilme matrisi arasındaki ilişki araştırıldığı için mutlak terimlerin belirlenmesine gerek yoktur. Bunun için \mathbf{Q}_i matrisinin ilk satırı silinebilir. İndirgenmiş matris \mathbf{T} ile gösterilirse Baarda'nın iç ve dış güvenilirlikleri yardımıyla ağıdaki her bir nokta için $\Delta \mathbf{l}$ iç güvenilirlik ölçütleri vektörü olmak üzere

$$\text{vec}(\mathbf{E}_i) = \mathbf{T}_i (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \Delta \mathbf{l} \quad (\text{Ek 1.10})$$

Ek 1.2. 2-D Ağlar için başlangıç koşullarının belirlenmesi

Başlangıç koşullarının çıkartılması (Berber 2006) detaylıca incelenmiştir. Burada sadece sonuç formüllerine yer verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} \quad (\text{Ek 1.11})$$

$$a_1 = \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_i}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (\text{Ek 1.12})$$

$$b_1 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial u_i}{\partial y} \frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{\partial v_i}{\partial y} \frac{\partial v_i}{\partial x} \right) \quad (\text{Ek 1.13})$$

$$c_1 = \sum_{i=1}^n \left[\left(\left(\frac{\partial u_i}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_i}{\partial x} \right)^2 \right) X_i + \left(\frac{\partial u_i}{\partial y} \frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{\partial v_i}{\partial y} \frac{\partial v_i}{\partial x} \right) Y_i \right] \quad (\text{Ek 1.14})$$

$$a_2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} \frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x} \frac{\partial v_i}{\partial y} \right) \quad (\text{Ek 1.15})$$

$$b_2 = \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_i}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (\text{Ek 1.16})$$

$$c_2 = \sum_{i=1}^n \left[\left(\left(\frac{\partial u_i}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_i}{\partial y} \right)^2 \right) Y_i + \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} \frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x} \frac{\partial v_i}{\partial y} \right) X_i \right] \quad (\text{Ek 1.17})$$

EK-2. GPS Ağlarında L_1 Norm Minimizasyonu

Ek 2.1. Lineer programlama problemi

Robust bir yöntem olan L_1 norm minimizasyonu bir lineer programlama problemi olarak düşünülebilir. Lineer programlama probleminin standart formu

Minimum

$$c^T x \quad (\text{Ek 2.1})$$

Kısıtlamalar

$$A_1 x = b_1 \quad (\text{Ek 2.2})$$

$$A_2 x \leq b_2 \quad (\text{Ek 2.3})$$

$$x \geq 0 \quad (\text{Ek 2.4})$$

Burada x ve c $n \times 1$ boyutlu vektörler, A_1 ve A_2 $m_1 \times n$ ve $m_2 \times n$ boyutlu matrisler b_1 ve b_2 ise $m_1 \times 1$ ve $m_2 \times 1$ boyutlu vektörlerdir.

Lineer programlama problemleri Simpleks yöntemi ile çözülebilir. Simpleks yöntemi için isteyen okuyucular Simkooei (2003)'e başvurabilirler.

Ek 2.1. Cholesky arpanlarına Ayırma

Pozitif tanımlı bir X matrisi MATLAB programında $\text{chol}(X)$ komutunu kullanarak Cholesky çarpanlarına ayrılabilir. Bu komut sonucu elde edilecek üst üçgen matris R olmak üzere $R^T R = X$ şartı sağlanmalıdır.

EK-3. GPS Ağlarının PSO Algoritmasıyla 2.derece Tasarımı

Ek 3.1. Uniform (düzgün) dağılımlı rasgele sayıların üretilmesi

Uniform (düzgün) dağılımlı sayılar belli bir aralıkta olasılığı eşit olan sayılardır. MATLAB programı ile [0,1] aralığında düzgün dağılımlı sayılar **rand** fonksiyonu ile üretilir. Rasgele bir değerler dizisi başlatmak içinse **seed** fonksiyonu kullanılır. a alt değer ve b üst değer olmak üzere [a,b] aralığındaki rasgele sayılar ise $(b-a)*\text{rand}+a$ komutu ile üretilir.